

PAULO CESAR LOPES KRELLING

CÁLCULO DAS ALTITUDES EQUIVALENTES  
PARA O MODELO DE HOPFIELD

Dissertação apresentada no Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do Grau de Mestre.

CURITIBA - PARANÁ

1983

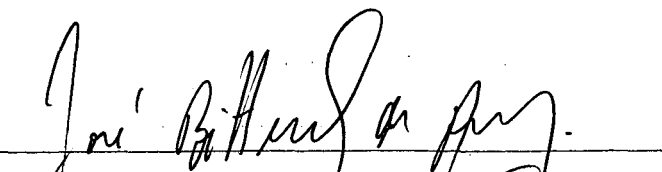
CÁLCULO DAS ALTITUDES EQUIVALENTES  
PARA O MODELO DE HOPFIELD

por

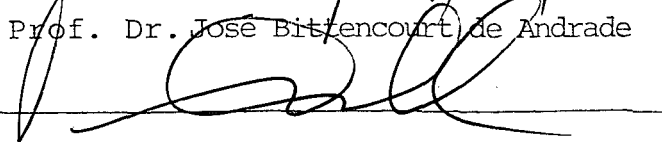
PAULO CESAR LOPES KRELLING

Dissertação aprovada como requisito  
parcial para obtenção do grau de Mes  
tre no Curso de Pós-Graduação em Ciên  
cias Geodésicas, pela Comissão for  
mada pelos professores:

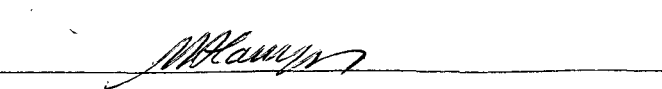
ORIENTADOR:



Prof. Dr. José Bittencourt de Andrade



Prof. MsC. Álvaro Doubek



Prof. MsC. Milton de Azevedo Campos

Curitiba, 15 de setembro de 1983.

## SUMÁRIO

ABSTRACT .....	V
RESUMO .....	VI
INTRODUÇÃO .....	01
CAPÍTULO I - <u>ERROS NA MEDIDA ESTAÇÃO-SATÉLITE</u>	
I-1 INTRODUÇÃO .....	01
I-2 INFLUÊNCIAS ATMOSFÉRICAS .....	01
I-3 MÉTODO EMPREGADO .....	04
CAPÍTULO II - <u>O MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES</u>	
II-1 INTRODUÇÃO .....	06
II-2 MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES .....	06
II-3 ELEMENTOS CARACTERÍSTICOS .....	09
II-4 TROCA DE ENERGIA .....	10
II-5 RELAÇÃO ENTRE O MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES E O MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME .....	12
CAPÍTULO III - <u>ONDAS</u>	
III-1 INTRODUÇÃO .....	17
III-2 TRANSMISSÃO DE MENSAGENS .....	17
III-3 PROPAGAÇÃO DA ONDA .....	18
CAPÍTULO IV - <u>ONDAS ELETROMAGNÉTICAS</u>	
IV-1 INTRODUÇÃO .....	23
IV-2 GERAÇÃO E PROPAGAÇÃO DE ONDAS .....	24
IV-3 RECEPTOR DE ONDAS .....	28
IV-4 ESPECTRO DE ONDAS ELETROMAGNÉTICAS .....	29

## CAPÍTULO V - REFRAÇÃO

V-1	INTRODUÇÃO .....	32
V-2	REFRAÇÃO .....	32

## CAPÍTULO VI - REFRAÇÃO TROPOSFÉRICA

VI-1	INTRODUÇÃO .....	36
VI-2	REFRAÇÃO TROPOSFÉRICA .....	36
VI-3	OBTENÇÃO DE $N_1$ e $h_1$ .....	42
VI-4	CÁLCULO DAS ALTITUDES EQUIVALENTES .....	45

## CAPÍTULO VII - CÁLCULO DAS ALTITUDES EQUIVALENTES

VII.1	INTRODUÇÃO .....	51
VII-2	CÁLCULO DAS ALTITUDES EQUIVALENTES PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS .....	51
VII-3	ELEMENTOS E FORMATOS DAS MATRIZES .....	53

## CAPÍTULO VIII - APLICAÇÃO A DADOS REAIS

VIII-1	INTRODUÇÃO .....	60
VIII-2	DADOS OBTIDOS POR RADIOSSONDAGEM .....	60
VIII-3	ÍNDICE DE REFRACTICIDADE .....	63
VIII-4	MATRIZ DOS COEFICIENTES .....	65
VIII-5	MATRIZ L .....	68
VIII-6	CÁLCULO DO AJUSTAMENTO .....	70

## CAPÍTULO IX - RESULTADOS

IX-1	RESULTADOS OBTIDOS .....	71
IX-2	CONCLUSÕES .....	74

## APÊNDICE A

A-I	INTRODUÇÃO .....	76
BIBLIOGRAFIA.....		92

## ABSTRACT

The computation of the tropospheric refraction influence upon the range from a tracking station to the satellite is the scope of this work. Dry and wet temperatures from radiossonding observations are used to compute equivalent heights, which will be employed to evaluate the effect caused by this nonionised part of the atmosphere. At the end, a relation of the components is included and some remarks about the use of this method are presented too.

## RESUMO

O cálculo da influência da refração troposférica sobre a distância estação-satélite é o objetivo deste trabalho. Temperaturas seca e úmida, obtidas por radiossondagem, são utilizadas para obtenção das alturas equivalentes cujo emprego permitirá o cálculo da influência desta parte não ionizada da atmosfera.

Ao final uma relação das componentes da influência é apresentada assim como algumas observações sobre o uso deste método.

## INTRODUÇÃO

O conteúdo aqui exposto está dividido essencialmente em duas partes. A primeira compõe-se de elementos preliminares necessários à compreensão do assunto, dispostos em ordem crescente de importância, de maneira lógica, iniciando-se pelo movimento harmônico simples e culminando com a refração troposférica. Nesta etapa, transcorre apenas uma abordagem conceptual de certos fenômenos físicos, sem formulação matemática, uma vez que o objetivo do trabalho é outro.

Na segunda parte apresentamos um exemplo prático de como devem ser procedidos os cálculos para a obtenção da influência, bem como os resultados obtidos a partir de dados atmosféricos para a cidade de Porto Alegre.

## CAPÍTULO I

### ERROS NA MEDIDA ESTAÇÃO-SATÉLITE

#### I-1 INTRODUÇÃO

Não paira qualquer dúvida sobre a afirmativa de que com o uso de satélites surgem incertezas na locação de pontos na superfície do nosso planeta.

A seguir apresentamos a influência exercida por uma parte da atmosfera que compreende as troposfera e estratosfera.

#### I-2 INFLUÊNCIAS ATMOSFÉRICAS

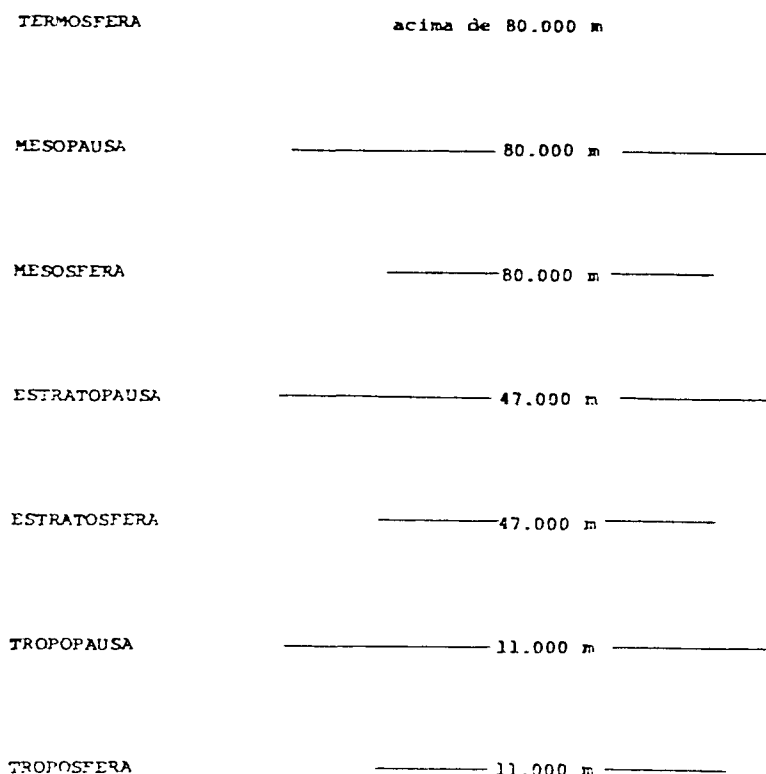
Para a determinação da órbita de um satélite artificial ou a localização de um ponto sobre a superfície terrestre, algum tipo de onda eletromagnética é utilizado. O sinal, então, atravessará a atmosfera que, para o nosso trabalho, é dividida em duas partes: a primeira, mais elevada, constituída pela região ionizada e a segunda composta pela região não ionizada. Durante o processo de travessia da atmosfera, o sinal sofre alterações no seu tempo de viagem, uma vez que o índice de refração difere da unidade, (ao contrário do que ocorre no vácuo).



Na primeira parte da atmosfera, isto é, na ionosfera, o sinal sofre influências cujas características são: uma desprezível alteração para a luz visível e uma significativa influência para ondas de rádio ( $1.10^3$  à  $1.10^{10}$  Hertz), função da frequência em que se propagam. Este problema é resolvido pelo emprego do "método das duas frequências". [14]

Para a segunda parte, troposfera e estratosfera juntas, as perturbações atingem as ondas eletromagnéticas, entre as quais as de rádio, cujo índice de refração independe da frequência até o limite de 30 GHz, o que torna aquele método ineficaz.

Esquema da estrutura da Atmosfera



Por esta razão um novo método torna-se necessário.

Apenas para ilustrar, o erro introduzido para uma passagem do satélite, com dados simétricos em relação ao ponto mais

próximo da órbita (considerando a inexistência de gradiente horizontal para a refraticidade  $N$ ), recai apenas sobre a distância estação-satélite e atinge, em média, até 20 metros para passagens com ângulos zenitais pequenos e até 100 metros para ângulos da ordem de  $80^\circ$ .|12|

Neste trabalho apresentamos as opções para a avaliação da influência tropo-estratosférica e dois processos para seu cálculo: quando o sinal é proveniente do zênite do observador e quando o sinal provém de um ponto do espaço com elevação diferente de  $90^\circ$ .

Antes de passarmos ao experimento propriamente dito, fazemos uma exposição que nos pareceu suficientemente lógica para o desenvolvimento das idéias, visando uma boa compreensão do efeito do fenômeno a que denominamos "refração tropo-estratosférica.

### I - 3 MÉTODO EMPREGADO

Existem duas possibilidades para a avaliação da influência tropo-estratosférica: a primeira, quando consideramos a passagem do satélite pelo zênite do observador e a segunda quando o artefato espacial tem sua trajetória a elevações diferentes de  $90^\circ$ .

No primeiro caso a avaliação da influência se dá pelo cálculo de uma integral ao longo da vertical do observador até a altitude para a qual existe a influência da 2ª parte da atmosfera, isto é, a denominada altitude equivalente.

Na segunda hipótese, a avaliação é feita mediante fórmu

la própria (17) em função de alguns elementos característicos da estação (sua distância ao centro do elipsóide de referência, sua altitude, etc.) e outros característicos da atmosfera ambiente, obtidos com a aplicação de dados de radiossondagem.

Concentraremos nossos esforços na solução da segunda hipótese apresentada.

O método que ora desenvolvemos tem como vantagem fornecer subsídios para a obtenção da influência para a passagem zenital usando apenas dados de superfície.

O método todo desenvolve-se (suscintamente) em três etapas:

- coleta de dados atmosféricos por radiossondagem até a altitude de 300 mb (temperatura seca, temperatura úmida e pressão);
- cálculo das "altitudes equivalentes" empregando o método dos mínimos quadrados em fórmulas para a obtenção de um perfil teórico do índice de refração (23 e 24); e
- cálculo da influência exercida, com o resultado em metros.

As altitudes equivalentes poderão ser usadas em fórmulas próprias cuja integral numérica fornecerá a influência no caso da passagem zenital.

## CAPÍTULO II

### O MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES

#### II-1 INTRODUÇÃO

O movimento harmônico simples (M.H.S.) possui considerável importância no estudo de ondas eletromagnéticas, razão pela qual incluímos um capítulo a ele referente.

Aqui apresentamos suas características, conceitos e definições correntes em nossa literatura básica, sem pretensões a um estudo aprofundado pois não é o escopo desta tese.

#### II-2 MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES

A gota de orvalho que cai de uma folha promove-lhe um balanço; as árvores ao vento, o pêndulo de um relógio ou o vai-e-vem de um pistão do motor de automóvel são exemplos de movimento harmônico.

O termo harmônico provém da grande importância deste tipo de movimento nos instrumentos musicais, na produção de sons que se harmonizam uns aos outros.

Suponhamos uma mola presa em uma das extremidades enquanto à outra conectamos uma partícula P (figura II-2.1) de

forma a compor um sistema.

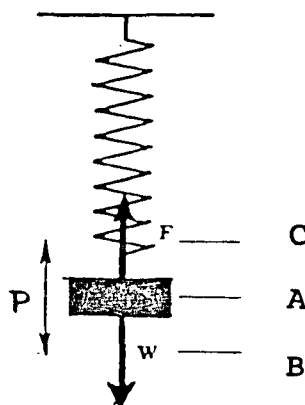


Figura II-2.1 - O sistema oscila em movimento cíclico.

Consideremos que este sistema esteja em equilíbrio, imóvel, isto é, a força  $F$  exercida pela mola sobre a partícula é igual à ação da gravidade  $W$ . O sistema encontra-se em A.

Se esticarmos a mola até um ponto B e a soltarmos, a partícula oscilará saindo deste ponto passando por A atingindo C. Regressará para A e passará deste até B, reiniciando aí mais uma série. Este movimento será permanente se não o afetarem fatores como o atrito externo com o ar, atrito nas moléculas da mola, etc.

Quando levamos a partícula até B,  $F$  cresce e se torna maior que  $W$  fazendo com que a partícula suba. Assim que inicia o movimento em direção a "C",  $F$  decresce até passar por A, quando é superada por  $W$ . A partícula contudo, continua sua ascendência até C, devido à energia cinética por ela adquirida. Em C sua energia cinética se anula e ela começa a cair verticalmente. Conclui-se daí que constantemente atua sobre a partícula uma força restauradora, impelindo-a ao ponto de

equilíbrio.

Na realidade, observa-se que a partícula acelera a medida que se aproxima do ponto de equilíbrio. Tão logo ela o ultrapassa, começa a perder velocidade até atingir o repouso (em C ou B) quando então inicia o movimento contrário, com aumento de velocidade, que chegará ao máximo em A, onde a força restauradora é nula.

Define-se o movimento harmônico simples como sendo aquele cuja força restauradora é diretamente proporcional ao deslocamento da partícula em relação ao ponto de equilíbrio, e cuja direção é a daquele ponto. Analiticamente,

$$F = -k.s$$

onde:

F é a força restauradora

s é o deslocamento contado a partir do ponto de equilíbrio

k é a constante de proporcionalidade ou constante da mola

A força F varia conforme o movimento. Observemos o caso de um pêndulo, figura II-2.2, de massa equivalente a 3 kg, oscilando entre os pontos 1 e 4.

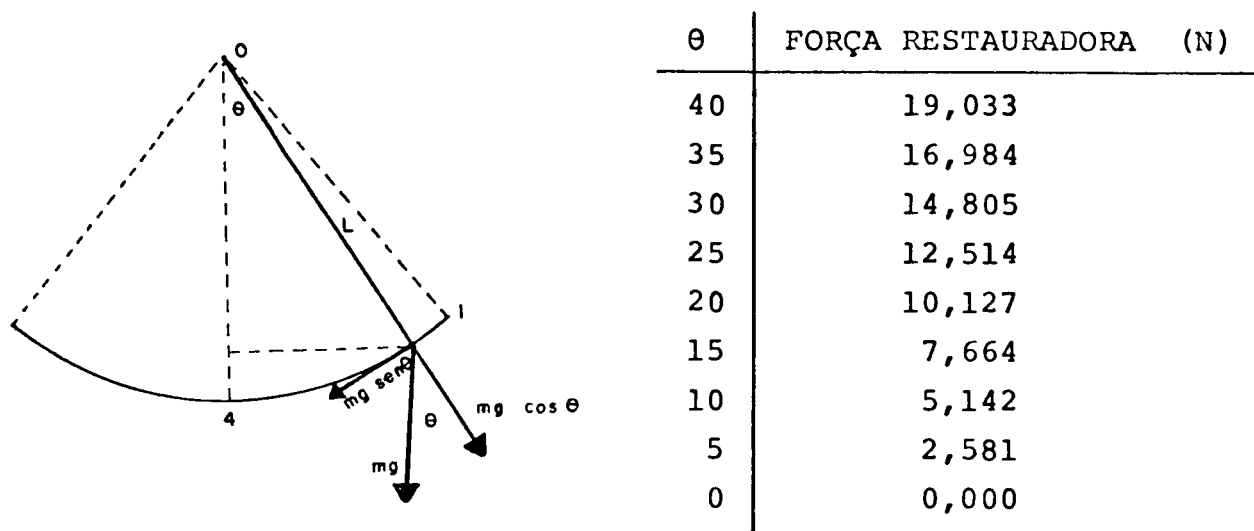


Figura II-2.2 - Variação da força restauradora segundo o movimento. A tabela acima apresenta valores da força restauradora  $F_r$  (N) em vários pontos da trajetória do pêndulo a partir de 1, amplitude máxima ( $\theta = 40^\circ$ ) até atingir o ponto de equilíbrio, com valores de  $\theta$  variando de  $5^\circ$  em  $5^\circ$  e considerando  $g = 9,87 \text{ m.s}^{-2}$ .

### II-3 ELEMENTOS CARACTERÍSTICOS

Para a descrição do movimento harmônico simples, certos elementos são considerados: ciclo, período, frequência, deslocamento, amplitude e fase.

O ciclo é uma oscilação completa, isto é, o percurso descrito pela partícula para que passe duas vezes consecutivas por um mesmo ponto e num mesmo sentido de movimento.

A frequência ( $f$ ) é o número de ciclos por unidade de tempo e está relacionada com o período na forma:

$$f = \frac{1}{T}$$

ou seja, a frequência é o valor recíproco do período  $T$ . Isto

significa que, para uma frequência de 100 ciclos por segundo, o período é de 0,01 seg. O período nada mais é do que o tempo gasto para uma oscilação completa.

A amplitude  $A$  é o valor absoluto do máximo deslocamento da partícula a partir do ponto de equilíbrio. A partícula em um ciclo do movimento oscilatório simples percorre  $4.A$ .

O deslocamento é o vetor medido do ponto de equilíbrio até a partícula no instante considerado.

Fase é a medida da posição da partícula em seu movimento. Duas vibrações estão em fase se ambas passam pelo ponto de equilíbrio simultaneamente, caminhando no mesmo sentido. (Figura II.3.1.).

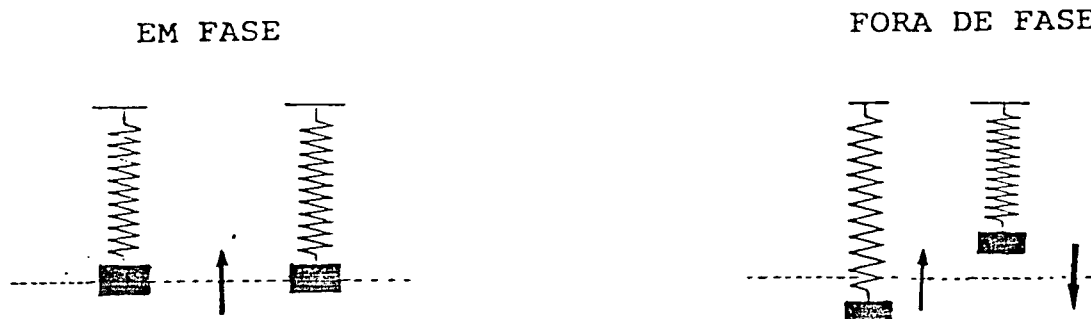


Figura II-3.1 - Sistema "em fase" ou "defasado".

#### II-4 TROCA DE ENERGIA

No movimento harmônico simples encontramos uma constante troca de energias.

Quando o sistema está, digamos, no ponto C (Figura II-4.1 e gráfico II-4.1) sua energia cinética é nula, o que



não ocorre com a energia potencial, que é máxima. Durante o percurso CA, a velocidade do sistema aumenta gradativamente, a energia potencial vai diminuindo ao mesmo tempo que a energia cinética cresce. Em A a energia potencial anula-se, momento em que a energia cinética é máxima. No percurso AB ocorre o processo inverso; com a diminuição da velocidade, e consequente diminuição da energia cinética, há uma ampliação da energia potencial que atingirá o máximo novamente em B.

Neste sistema a energia total permanece sempre armazenada nas formas potencial, cinética ou em ambas simultaneamente.

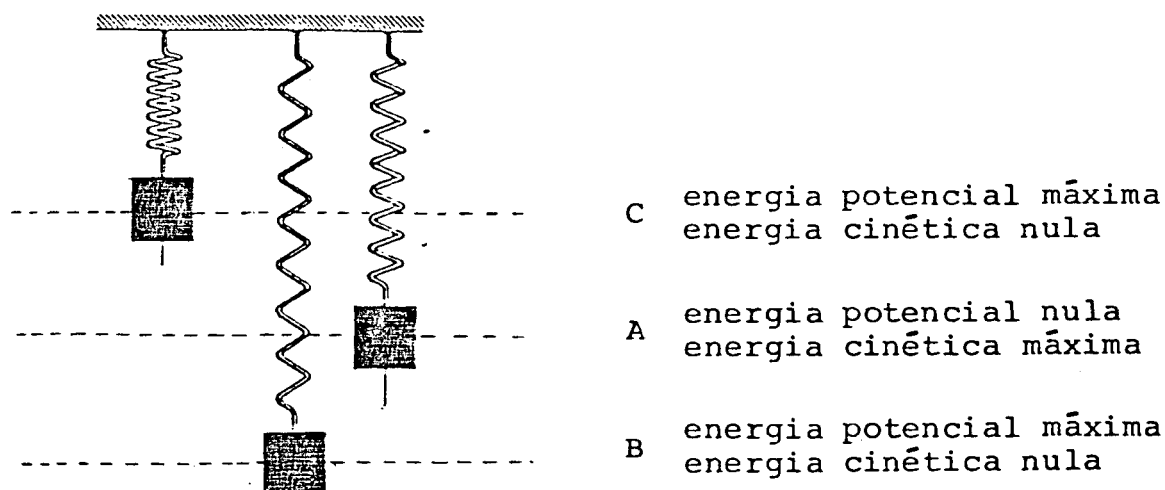


Figura II-4.1 - A energia total do sistema está acumulada ora em energia cinética, ora em energia potencial ou, ainda, em ambas simultaneamente, nos pontos intermediários a AB e AC.

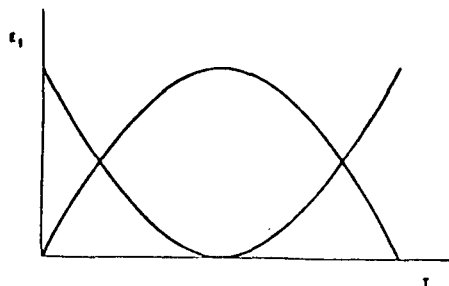


Gráfico II-4.1 - A energia total do sistema fica armazenada ora em forma potencial, ora em forma cinética ou em ambas simultaneamente.

## II-5 RELAÇÃO ENTRE O MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES E O MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME

O movimento harmônico simples pode ser relacionado com o movimento circular uniforme de uma partícula.

Consideremos (Figura II-5.1) uma partícula girando ao longo de um círculo vertical em movimento circular uniforme com velocidade  $v_0$ . Iluminemos este círculo verticalmente de cima para baixo de forma a projetar a sombra da partícula sobre uma superfície.

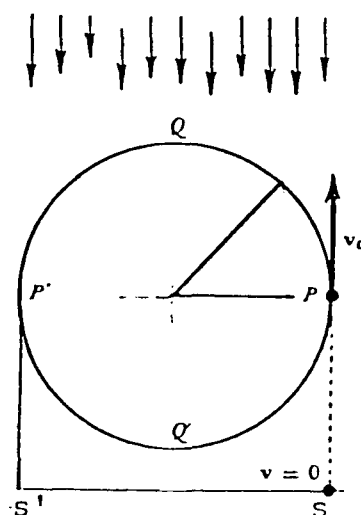


Figura II-5.1 - Partícula em movimento circular.

Nestas condições, a projeção será uma linha paralela ao diâmetro  $P'P$  e de comprimento  $SS'$  igual a este diâmetro.

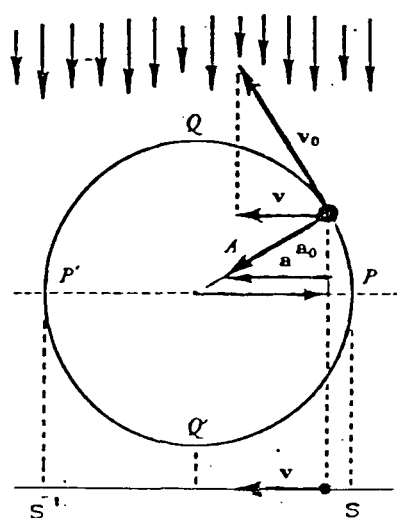
O movimento obtido na projeção será de vai-e-vem cíclico entre os pontos extremos da linha  $SS'$  passando pelo seu centro.

A velocidade da sombra será máxima no centro do percurso, o que equivale dizer que a partícula estará em  $Q$  ou  $Q'$  no círculo. Neste ponto a componente horizontal de  $v_0$  será igual à velocidade da sombra.

Neste sistema podemos observar claramente a variação da velocidade da sombra, levando-se em consideração a decomposição da velocidade  $v_0$  em duas partes: as componentes horizontal e vertical.

Observando a sombra estaremos abandonando a componente vertical da velocidade. Assim, nos pontos  $Q$  e  $Q'$  a velocidade da sombra iguala-se à da partícula, pois a componente vertical é nula. Em qualquer outro ponto a velocidade da projeção é menor que em  $Q$  ou  $Q'$  porque esta corresponde a apenas uma

parte de  $v_0$ , excetuando-se naturalmente os extremos da trajetória, S ou S', ocasião em que a componente horizontal é nula e a vertical é máxima (neste ponto a sombra está em repouso). O fato da velocidade da projeção ser nula em S ou S' não implica que a aceleração também o seja. A aceleração da sombra é a projeção da componente horizontal da aceleração centrípeta da partícula. Na figura II-5.2 apresentamos as componentes da velocidade e aceleração referentes à projeção e uma tabela, mostrando a variação destas, segundo o deslocamento a partir do ponto de equilíbrio, da projeção da sombra de uma partícula girando em torno de um círculo de raio 1m, e com período  $T=1$  seg. Os valores apresentados referem-se aos momentos em que a projeção da partícula ocupa posições separadas de 10 em 10 cm a partir de S'.



ACELERAÇÃO ( $m \cdot s^{-2}$ )	VELOCIDADE ( $m \cdot s^{-1}$ )
3947,84	0,00
3553,05	2,73
3158,27	3,76
2763,48	4,48
2368,70	5,02
1973,92	5,44
1579,13	5,75
1184,35	5,99
789,56	6,15
394,78	6,25
0,	6,28
-394,78	6,25
-789,56	6,15
-1184,35	5,99
-1579,13	5,75
-1973,92	5,44
-2368,70	5,02
-2763,48	4,48
-3158,27	3,76
-3553,05	2,73
-3947,84	0,00

Figura II-5.2 - Variação da aceleração e velocidade segundo o deslocamento da partícula.

Observe a figura II-5.3 onde estão representados um círculo com uma partícula em movimento circular uniforme e um gráfico que apresenta o deslocamento da partícula em função do tempo.

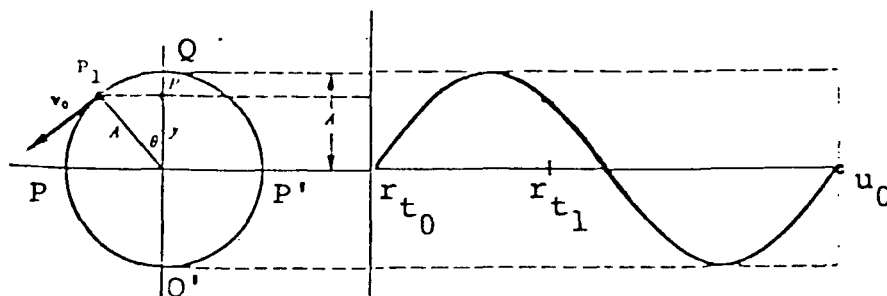


Figura II-5.3 - Relacionamento entre o movimento harmônico e a função seno.

Para um instante  $t_0$  a partícula se encontra em  $P'$ , no círculo, e em  $r_{t_0}$  (origem), no gráfico. Para um instante  $t_1$  a partícula encontrar-se-á em  $P_1$  e  $r_{t_1}$ , respectivamente, no círculo e gráfico. A abscissa  $r_{t_1}$  foi obtida a partir do ângulo  $\theta$  através da fórmula:

$$x = A \cdot \cos \theta$$

onde  $A$  é o raio do círculo e corresponde à amplitude do movimento da sombra e  $\theta = \omega \cdot t$ , sendo  $\omega$  a velocidade angular da partícula.

Se desejamos conhecer a abscissa de uma partícula, em um movimento iniciado a partir de um ponto sobre o círculo com um ângulo inicial  $\phi_0$  a equação acima torna-se:

$$x = A \cdot \cos (\phi_0 + \theta) = A \cos (\phi_0 + \omega t)$$

Como num movimento deste gênero a aceleração nos é dada por

$$a = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos(\phi_0 + \omega t)$$

observamos que esta última equação pode ser escrita na forma:

$$a = -\omega^2 \cdot x$$

e como  $\omega^2$  é uma constante, podemos reescrevê-la na forma:

$$a = -k \cdot x$$

onde  $k = \omega^2$  o que nos mostra que um movimento harmônico a aceleração é proporcional à elongação e de sinal contrário.

Entre P' e Q o ângulo  $\theta$  varia de 0 a 90° e y varia de 0 a A. De Q a P a variação de  $\theta$  é de 90° a 180° e y de A a 0. Entre P e Q' o ângulo  $\theta$  varia de 180° a 270° e em consequência y variará de 0 a -A. Note que a curva do gráfico assume valores negativos neste percurso, bem como no subsequente, quando  $\theta$  está compreendido entre 270° e 360° e y entre -A e 0. Ao retornar a p' completou-se um ciclo e o gráfico correspondente é o que está compreendido entre os pontos origem e  $u_0$ .

Observa-se que o movimento harmônico pode ser representado por uma função seno sem maiores dificuldades, bem como uma cossenóide observando-se a defasagem entre estas duas funções, desde que a amplitude seja igual à do movimento harmônico considerado.

## CAPÍTULO III

### ONDAS

#### III-1 INTRODUÇÃO

Cotidianamente aplicamos e estamos sujeitos aos mais diferentes tipos de ondas. Neste capítulo efetuamos uma recordação geral a seu respeito, incluindo os tipos considerados e suas características. A explanação conceptual aqui utilizada não entra em maiores detalhes analíticos, atendo-se a considerações intuitivamente inteligíveis.

#### III-2 TRANSMISSÃO DE MENSAGENS

Consideremos o acontecimento comum em que desejamos chamar nosso amigo que se encontra pescando do outro lado de um lago.

Poderíamos amarrar a mensagem em um pedra e arremessá-la até ele ou apenas atirar um objeto na superfície do lago, de maneira que a onda produzida movimentasse a bôia de sua linha de pesca, avisando-o da hora para almoçar, se assim houvéssemos combinado.

Na primeira alternativa, teríamos provocado um deslocamento de massas (pedra com bilhete) enquanto que na segunda

isto não ocorre.

Outras maneiras seriam, por exemplo, chamá-lo verbalmente ou fazer um sinal de luz usando uma lanterna. Na primeira opção, a portadora da mensagem seria uma onda sonora, enquanto na segunda, trata-se de uma onda eletromagnética, assunto do próximo capítulo.

Nos exemplos de ondas citados, excetuando-se o último, todos necessitam de um meio através do qual possam propagar-se. No caso da pedra lançada na superfície do lago, o meio utilizado é a água. Quando nos referimos à onda sonora, o meio para propagação é o próprio ar. No vácuo as ondas sonoras não se propagam.

### III-3 PROPAGAÇÃO DA ONDA

Para o estudo do comportamento do efeito denominado onda, utilizamos dois meios bem conhecidos: o primeiro é a mola metálica esticada ou mesmo uma corda. O segundo meio é um líquido.

Seja então uma mola horizontalmente esticada como na figura III-3.1, presa em uma das extremidades.

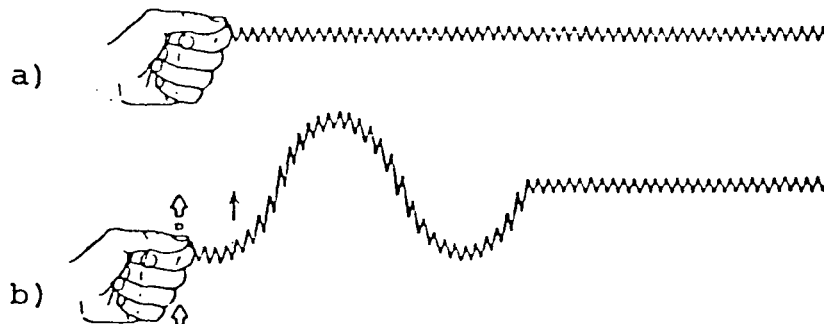


Figura III-3.1 - a) mola esticada horizontalmente em repouso; b) após a perturbação a mola apresenta deformações.



Admitamos que na extremidade livre seja dado um deslocamento da posição de repouso e em seguida voltemos a ela. Nestas condições, pudemos observar que provocamos um distúrbio e geramos uma onda que irá propagar-se pela mola (veja figura III-3.1b).

Se, todavia, promovermos novos distúrbios semelhantes ao anterior, novas ondas serão geradas. Se a geração de ondas se der sequencialmente, será gerado então o que chamamos de trem de ondas (Figura III-3.2).



Figura III-3.2 - O trem de ondas é formado por uma sequência de perturbações no meio, através do qual a onda se propaga.

Convém observar que não há transporte de matéria por ocasião da propagação da onda. As partículas constituintes da mola apenas oscilam transversalmente, o que nos motivou a chamar este tipo de onda de transversal.

Abaixo apresentamos um esquema explicativo sobre a propagação das ondas em uma mola esticada horizontalmente. Observe a figura III-3.3.

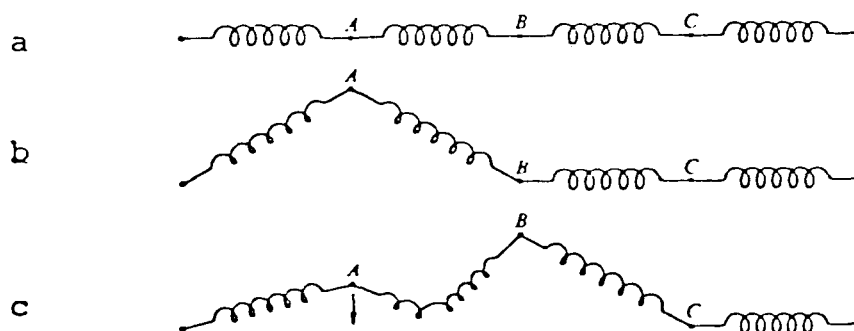


Figura III-3.3 - Esquema sobre a propagação de ondas.

Quando comunicamos um pulso à mola, surge uma força aplicada, digamos, em A. Esta força ascendente, atua sobre o ponto vizinho, puxando-o no mesmo sentido de A (Figura III-3.3a). Quando voltamos com A ao ponto de equilíbrio, o ponto B ainda está ascendendo e fazendo com que esta força atue sobre seu ponto vizinho C (Figura II-3.3b). Este padrão de comportamento se estende às demais partículas componentes do meio, no caso a mola, fazendo com que a onda se propague.

A energia transportada por esta onda foi produzida pelo gerador, que aqui vem a ser o mesmo provocador dos distúrbios.

Se, todavia, a perturbação inicial for efetuada, não na direção transversal da mola, mas longitudinalmente a ela, a onda assim obtida terá características longitudinais, isto é, as partículas componentes oscilarão no sentido da propagação da onda. Na figura III-3.4 apresentamos o comportamento da mola quando lhe foi incitada uma onda longitudinal.

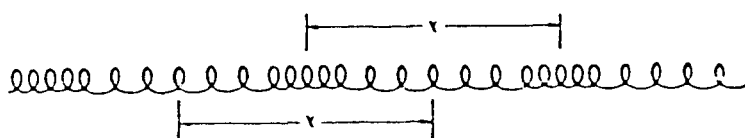


Figura III-3.4 - Comportamento da mola portadora de uma onda longitudinal.

Observe-se que, em correspondência aos picos e vales existentes em uma onda transversal, possuímos zonas de contração e distensão.

Em resumo, podemos dizer que existem, em essência, dois tipos de ondas: transversal, quando a oscilação das partículas constituintes do meio é transversal à direção de propagação da onda, e longitudinal quando as oscilações se processam na direção de propagação.

Outra maneira frequentemente utilizada para ilustrar a criação e propagação de ondas é o objeto lançado na superfície de um líquido.

Mais uma vez podemos constatar a inexistência do transporte de matéria, e apenas a presença da oscilação do componente do meio considerado.

Se lançarmos uma pedra em um lago, algo que esteja flutuando em sua superfície irá oscilar vertical e horizontalmente. Na figura III-3.5 mostramos o comportamento das partículas do líquido quando da perturbação.



Figura II-3.5 - As partículas descrevem movimentos circulares em torno de seu ponto de equilíbrio.

As partículas descrevem um movimento circular em torno do ponto que ocupavam quando em repouso. Por esta razão não podemos caracterizá-la como onda transversal ou longitudinal apenas, mas sim como uma composição de ambas.

O som é um exemplo de ondas longitudinais. Quando uma nota é produzida, formam-se no ar zonas de maior pressão in-

tercaladas com zonas de menor pressão. Estas zonas são produzidas por vibrações como, por exemplo, de um diapásão ou, no caso da voz, das cordas vocais com a passagem do fluxo de ar vindo dos pulmões. Estas zonas intercaladas promoverão no ouvido a vibração do dispositivo denominado tímpano que se transformará em impulsos elétricos a serem decodificados pelo cérebro.

A luz se propaga por outro tipo de ondas, denominadas eletromagnéticas por envolverem em sua transmissão os campos elétrico e magnético, além de dispensarem a existência de um meio.

## CAPÍTULO IV

### ONDAS ELETROMAGNÉTICAS

#### IV-1 INTRODUÇÃO

Até agora entramos em contato com alguns elementos preliminares para a formação de um embasamento visando novos conhecimentos. Vimos algo relacionado a movimento harmônico simples, ondas planas e passamos, neste momento, ao estudo das ondas eletromagnéticas.

Aproximadamente pelo ano de 1800 surgiram as primeiras tentativas para a descoberta da origem da luz. Inicialmente a teoria corpuscular solucionou este problema. Em seguida, uma teoria que lhe atribuía característica de onda veio a tona, mas também apresentava deficiências sob determinados aspectos, como por exemplo, o de que a luz deveria contornar objetos e, no entanto, isto não se observava. Mais tarde, porém, verificou-se que aquele contorno se processava, mas devido à sua minúscula dimensão era quase imperceptível.

Em 1864, Maxwell atribuiu à luz uma propriedade antes não admitida: a luz se propaga através de ondas eletromagnéticas. Esta nova idéia se baseava na teoria daquele cientista em relação aos campos elétrico e magnético e sua interrelação.

## IV-2 GERAÇÃO E PROPAGAÇÃO DE ONDAS

A onda eletromagnética recebe este nome justamente pelo fato de que sua propagação se faz através da criação de campos elétrico e magnético.

Consideremos uma partícula elementar, como o elétron, sendo acelerada em um condutor.

Nesta situação observaremos o surgimento de um campo elétrico. Quando há um campo elétrico variante constata-se também o aparecimento de um campo magnético, cuja característica principal é a perpendicularidade de suas linhas de força em relação às daquele.

O campo magnético assim criado, por sua vez, cria uma força eletromotriz induzida, que promoverá o surgimento de outro campo elétrico; este provoca o aparecimento de um campo magnético completando um ciclo que se repete continuamente, permitindo a propagação da onda. As ondas eletromagnéticas transportam energia. É o caso do aquecimento da Terra pelos raios infra vermelhos provenientes do Sol.

A partir do conhecimento de que pela oscilação de partículas, como o elétron, obtém-se a transformação de energia em calor e radiação, interessando-nos obviamente esta última, passou-se então à construção de osciladores que, essencialmente, são do tipo dos esquemas apresentados na figura IV-2.1.

Quando o circuito é fechado, as cargas se movimentam e durante sua passagem pela bobina cria-se o campo magnético (Figuras IV-2.1 (b), (c), (d)) que se extinguirá no momento em que as cargas estão em lados opostos do capacitor, em re-

lação ao momento inicial (Figura IV-2.1 (e)). Como nos casos anteriores, aqui a energia do sistema também está armazenada ora sob a forma cinética ora sob a forma potencial. Quando o circuito estava aberto, as cargas estavam todas acumuladas no capacitor, o que caracteriza a forma potencial. A partir do momento que o circuito é fechado e o fluxo energético tem início, aquela energia potencial vai se transformando em cinética e em seguida retorna à forma potencial, quando as cargas acumulam-se novamente no capacitor. Imediatamente após ter cessado o fluxo eletrônico em um sentido ele reinicia em sentido oposto.

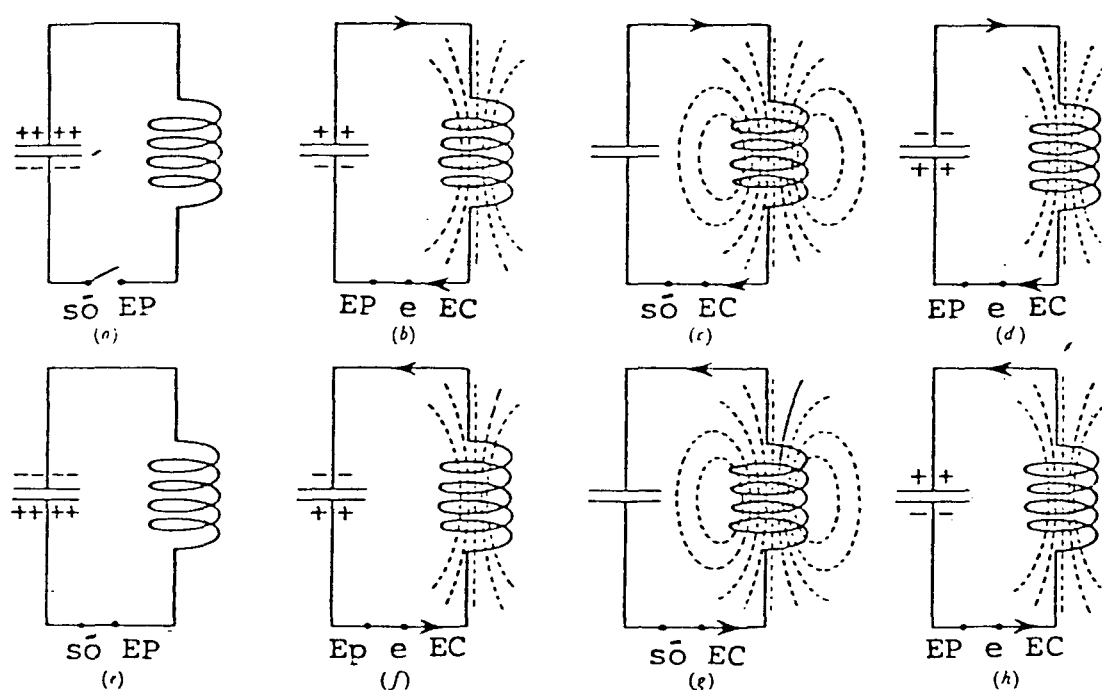


Figura IV-2.1 - Esquema geral de osciladores.

Apresentamos na figura IV-2.2, a disposição dos campos elétrico e magnético durante a propagação de uma onda e observamos que ambos assumem valores máximos e mínimos simulta-

neamente.

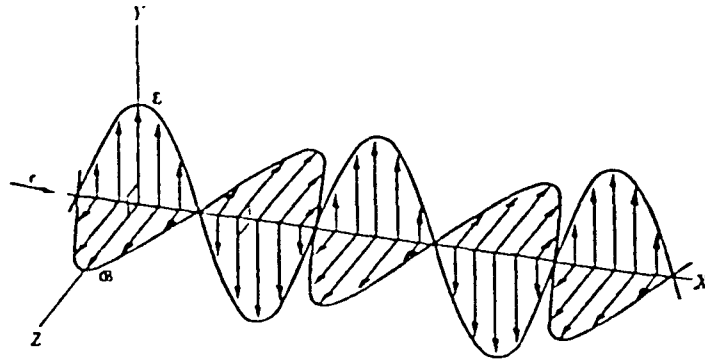


Figura IV-2.2 - Disposição dos campos elétrico e magnético de uma onda eletromagnética plana.

Esta figura representa a disposição dos campos apenas em um determinado instante da propagação. No instante seguinte esta forma estará defasada conforme seja a velocidade de propagação da onda.

Na figura IV-2.3 apresentamos a configuração das linhas de força em uma onda eletromagnética produzida por um par de cargas oscilantes, onde os pontos representam as linhas do campo magnético emergentes do plano do papel enquanto as cruces representam as linhas entrantes.



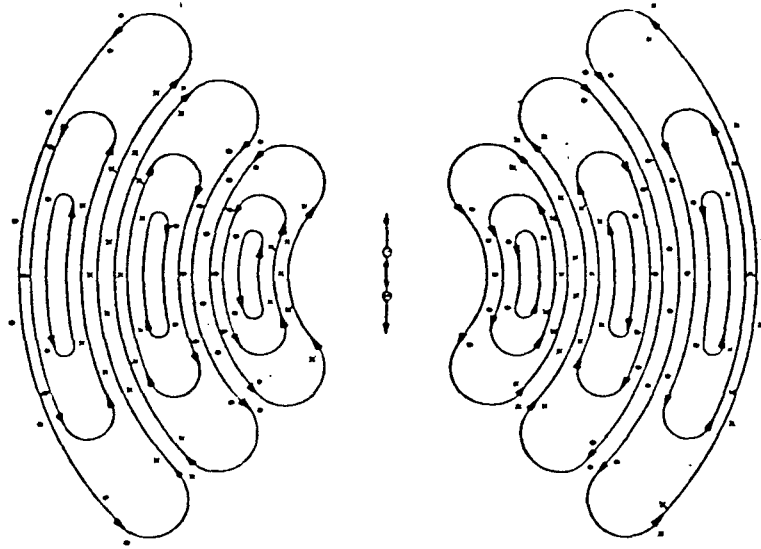


Figura IV-2.3 - Linhas de força pertencentes aos campos em uma onda eletromagnética.

Convém salientar que as ondas eletromagnéticas não são exclusivamente planas. Possuímos ainda os tipos esférico e cilíndrico (Figura IV-2.4).

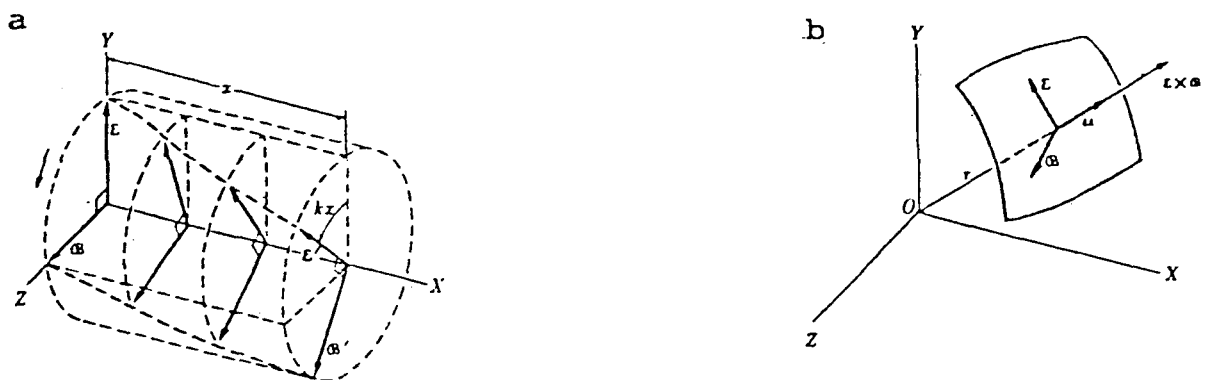


Figura IV-2.4 - Tipos de ondas: a) cilíndricas; b) esféricas.

Para qualquer uma das duas, uma pequena porção destas ondas, a grande distância da fonte, pode ser considerada plana e os campos elétrico e magnético perpendiculares entre si e à direção de propagação. Esta última coincide com a resultante do produto vetorial  $E$  e  $B$ , vetores representativos dos campos elétrico e magnético respectivamente.

#### IV-3 RECEPTOR DE ONDAS

Em nossos equipamentos de recepção o que ocorre de maneira geral é o seguinte: os elétrons livres na antena começam a oscilar na mesma frequência em que as ondas emitidas se propagam. Na figura IV-3.1 apresentamos um circuito representativo de um dos estágios de um receptor.

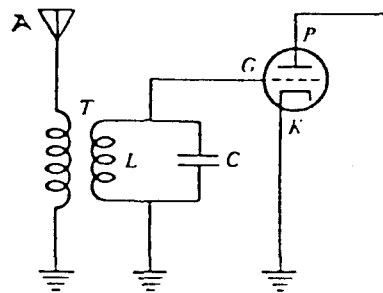


Figura IV-3.1 - Circuito receptor de ondas.

A antena  $A$  recebe qualquer frequência que esteja sendo enviada: rádio AM, frequência modulada, microondas, etc. Estas oscilações geram correntes diferentes no primeiro estágio do transformador de entrada  $T$ . Estas correntes induzem outras no secundário do transformador, porém a única que circu-

lará nos demais componentes do circuito é aquela cuja frequência coincide justamente com a frequência natural deste circuito. Nos equipamentos receptores a frequência natural para recepção é alterada conforme se queira, através de um capacitor variável. No exemplo de oscilador apresentado anteriormente, a frequência de oscilação é constante e característica daquele equipamento, o que nos motiva chamá-la de frequência natural ( $F_n$ ) do circuito, calculável pela fórmula [21]:

$$F_n = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}}$$

onde:

L auto-indutância ou simplesmente indutância da bobina  
(em Henries)

C Capacitância do capacitor (em Farad)

Para um circuito daquele tipo onde tenhamos  $C = 5\mu F$  e  $L = 5pH$ , obtemos para  $F_n$ :

$$F_n = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{5 \cdot 10^{-12} \text{ H} \times 5 \cdot 10^{-6} \text{ F}}}$$

$$F_n = 31,8 \text{ MHz}$$

#### IV-4 ESPECTRO DE ONDAS ELETROMAGNÉTICAS

O espectro de ondas eletromagnéticas é bastante exten-

so, embora a luz visível esteja compreendida em uma faixa muito esguia, cuja frequência situa-se entre  $1.10^{14}$  e  $1.10^{15}$  aproximadamente (Figura IV-4.1) [3].

#### TIPOS DE ONDAS ELETROMAGNÉTICAS

TIPOS	FREQUÊNCIA (Ciclos/seg.)	COMPRIMENTO (cm)	MÉTODO DE PRODUÇÃO
Energia Elétrica Comun 60		$5.0 \times 10^8$	Geradores mecânicos
Rádio AM	$0.5 \times 10^6$ a $2.0 \times 10^7$	$6.0 \times 10^4$ a $1.5 \times 10^3$	Eletrônico
TV e Rádio FM	$4.0 \times 10^7$ a $2.0 \times 10^8$	$7.5 \times 10^2$ a $1.5 \times 10^2$	Eletrônico
Micro-ondas	$1.0 \times 10^9$ a $3.0 \times 10^{11}$	30.0 a 0.1	Tubos Especiais de Vácuo
Infra-Vermelho	$3.0 \times 10^{11}$ a $4.3 \times 10^{14}$	0.1 a $7.0 \times 10^{-5}$	Corpos Quentes
Luz Visível	$4.3 \times 10^{14}$ a $7.5 \times 10^{14}$	$7.0 \times 10^{-5}$ a $4.0 \times 10^{-5}$	Sol, lâmpadas
Ultra-violeta	$7.5 \times 10^{14}$ a $1.0 \times 10^{16}$	$4.0 \times 10^{-5}$ a $3.0 \times 10^{-6}$	Lâmpadas especiais e Corpos muito quentes
Raios X	$1.0 \times 10^{16}$ a $3.0 \times 10^{20}$	$3.0 \times 10^{-6}$ a $1.0 \times 10^{-10}$	Colisão de elétrons
Raios Gama e Bremsstrahlung	$1.0 \times 10^{18}$ a ...	$3.0 \times 10^{-8}$ a $6.0 \times 10^{-15}$	Reações nucleares e aceleradores

As ondas de rádio AM têm suas frequências compreendidas entre  $0,5 \times 10^6$  e  $2,0 \times 10^7 \text{ seg}^{-1}$ , o que corresponde a um comprimento de onda equivalente ao tamanho de um campo de futebol aproximadamente. As frequências FM e de televisão estendem-se acima de  $2,0 \times 10^8 \text{ seg}^{-1}$  e a menor delas corresponde ao tamanho de um homem. As microondas situam-se entre  $3 \times 10^9$  e  $3,0 \times 10^{11} \text{ seg}^{-1}$  e seu comprimento de onda estaria entre o tamanho de um gato até o de uma pulga. Estas últimas ondas são produzidas em tubos de vácuo denominados magnetrons ou klystrons.

Três aspectos importantíssimos devem ser considerados no tratamento de ondas eletromagnéticas:

- 1) as variações em ambos os campos simultaneamente

- (exceto próximo às cargas oscilantes) de maneira que estes possuem máximos e mínimos ao mesmo tempo;
- 2) as direções dos campos elétrico e magnético são perpendiculares entre si e à direção de propagação da onda;
  - 3) a velocidade de propagação das ondas depende exclusivamente das propriedades elétrica e magnética do meio pelo qual viajam e não da amplitude de variação dos campos.

Convém ainda ressaltar que não existe absolutamente qualquer movimento de matéria no trajeto percorrido pela onda, ao contrário do que ocorre com os demais tipos.

## CAPÍTULO V

### REFRAÇÃO

#### V-1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo abordamos o fenômeno da refração propriamente dito, apresentando as leis a ele referentes propostas por Snell. Verificamos ainda neste capítulo que a refração está estreitamente ligada às características do meio por onde propagam-se as ondas.

#### V-2 REFRAÇÃO

O fenômeno conhecido pelo nome de refração tem sido motivo de estudos desde há muito tempo. Com a evolução da eletrônica, os crescentes e incessantes aprimoramentos, criação e emprego de equipamentos na vida cotidiana do ser humano, aquele fenômeno tem exigido mais e mais estudos com o objetivo de minimizar ou corrigir sua influência.

O exemplo mais comum que temos ao nosso alcance, e que bem mostra um dos efeitos da refração, é o de um talher mergulhado em um copo d'água. Em tal situação o talher nos apresenta sua parte imersa como se estivesse quebrada ou apresentando uma curvatura em relação àquela exterior ao líquido.

Todavia não é apenas aí que a refração atua, mas também sobre outros tipos de ondas eletromagnéticas que não a luz visível. As microondas, o infra-vermelho, o ultra-violeta estão todos sujeitos àquele fenômeno.

Os problemas começam a surgir quando as influências assumem características prejudiciais, durante um trabalho onde estejamos empregando um equipamento sujeito à refração. É o caso de um distanciômetro eletrônico, por exemplo, ou um rastreador de satélites.

Quando uma onda eletromagnética se propaga através do vácuo, sua velocidade é, aproximadamente,  $299.792,5 \text{ km.seg}^{-1}$ . Se a propagação se dá através de outro meio digamos o ar, constata-se que sua velocidade é inferior àquela no vácuo.

Imagine-se agora uma onda eletromagnética emergente do vácuo e entrando na atmosfera terrestre. No momento em que a onda adentra a atmosfera há uma diminuição da sua velocidade de propagação, bem como uma mudança de direção (exemplo do talher), exatamente o que caracteriza o fenômeno da refração.

No capítulo anterior, estivemos ligados a uma explicação da propagação de ondas eletromagnéticas, envolvendo os aspectos elétrico e magnético e campos correspondentes.

Como bem o sabemos, este tipo de onda independe da existência da matéria para a sua propagação e está limitada apenas pelas condições elétricas e magnéticas do meio.

Para a propagação no vácuo temos para a velocidade um valor dado pela fórmula:

$$C = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_v \times \mu_v}}$$

onde

$\epsilon_v$  = permissividade elétrica do vácuo; e

$\mu_v$  = permeabilidade do vácuo.

No intuito de se dimensionar numericamente a refração, instituiu-se um número puro, característico para cada meio, e que foi denominado índice de refração.

Este índice é obtido a partir da razão entre a velocidade de propagação da onda no vácuo e no meio considerado.

$$n = \frac{c}{v}$$

Para facilitar a visualização do fenômeno da refração, apresentamos na figura V-2.3 o comportamento de uma onda luminosa por ocasião de sua passagem pela fronteira entre dois meios de densidade diferentes.

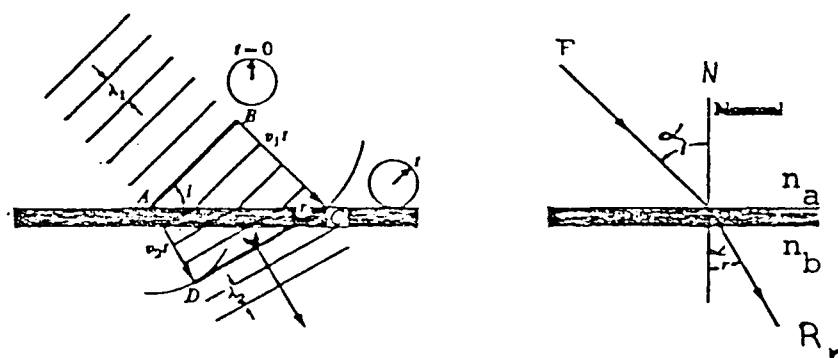


Figura V-2.3 - Passagem de uma onda luminosa pela fronteira entre dois meios de densidades diferentes.

O raio de luz A, proveniente de uma fonte F, atinge a superfície separadora dos meios formando com a normal N um



ângulo  $\alpha_i$ . Ao atravessar a superfície dióptrica o raio prossegue, com velocidade inferior à que possuía no ar, e forma com a normal um ângulo  $\alpha_r$  tal que:  $\alpha_i > \alpha_r$ . Sempre que passamos de um meio menos denso para outro mais denso o raio luminoso aproxima-se da normal. No caso oposto, quando partimos de um meio mais denso para um menos denso observamos que o raio refratado  $R_r$  afasta-se da normal.

Snell nos fornece a fórmula:

$$\frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha_r} = \frac{n_b}{n_a} ,$$

relacionando os índices de refração  $n_a$  e  $n_b$  dos meios com os senos dos ângulos de incidência e refração. Esta fórmula permite, a partir do conhecimento dos ângulos de incidência e refração bem como do índice de refração de um meio, o cálculo do índice do outro.

Foram desenvolvidas fórmulas mais complexas que permitem o cálculo do índice de refração de um meio a partir da temperatura e pressão deste meio. No capítulo VII entraremos em contato com este tipo de fórmula.

Ainda acerca da refração, convém salientar que tanto o raio incidente quanto o refratado permanecem num mesmo plano (2ª lei de Snell).

## CAPÍTULO VI

### REFRAÇÃO TROPOSFÉRICA

#### VI-1 INTRODUÇÃO

O cálculo da influência da refração sobre as ondas eletromagnéticas usadas em rastreadores pode ser efetuado de duas maneiras: influência sobre a frequência do sinal ou diretamente sobre a distância estação-satélite.

Em nosso trabalho utilizaremos a segunda hipótese, como apresentamos a seguir.

#### VI-2 REFRAÇÃO TROPOSFÉRICA

A variação da frequência de ondas de rádio de um satélite recebidas em uma estação de rastreamento é usada em sistemas de navegação para determinar a órbita do satélite; em contrapartida, podemos determinar a posição de qualquer estação baseados no conhecimento da órbita.

A distância compreendida entre o satélite e a estação pode ser avaliada através da fórmula  $\int n ds$  [12], onde  $n$  é o índice de refração do meio onde se dá a propagação, que varia conforme a posição que ocupa ao longo da trajetória do sinal.

A ionosfera possui um efeito significativo sobre ondas

de rádio, e dependente da frequência. Para este problema a solução foi encontrada utilizando-se o método das duas frequências. As partes da atmosfera, denominadas troposfera e estratosfera, atuam sobre aquelas ondas e o método das duas frequências não soluciona o problema, pois que os efeitos independem da frequência.

Ainda há pouco comentamos que a distância poderia ser avaliada pelo emprego da fórmula  $\int n ds$ .

Agora apresentamos outra  $|12|$ , que nos permite calcular a variação total da frequência devido à refração:

$$\Delta f = - \frac{f}{c} \cdot \frac{d}{dt} \int n ds \quad (1)$$

Retirando do efeito total as componentes devidas ao vácuo e à parte não ionizada da atmosfera restar-nos-á o efeito das troposfera e estratosfera que, expressos em termos da refraticidade  $N = (N-1) \cdot 10^6$ , é  $|12|$ :

$$\Delta f_{tro} = -10^{-6} \frac{f}{c} \cdot \frac{d}{dt} \cdot \int N \cdot d\rho \quad (2)$$

onde:

$\rho$  é a distância geométrica inclinada entre a estação e o satélite,

$f$  é a frequência do sinal e  $c$  a velocidade da luz no vácuo. Esta equação nos permite o cálculo da correção tropo-estratosférica à frequência, dada uma expressão adequada para  $N$ , obtido a partir de dados observados.

Desenvolvendo a integral em (3) obtemos |12|:

$$\Delta f_{\text{tro}} = 10^{-6} \frac{f}{c} \cdot r_e \cdot \dot{E} \cdot \sum_{i=1,2} [N_{O_i} \cdot F_{4i}(E)] \quad (3)$$

onde

$\Delta f_{\text{tro}}$  = variação na frequência em ciclos

$N_{O_i}$  é o índice de refração na superfície:

$i=1$  componente seca

$i=2$  componente úmida

$E$  é o ângulo de elevação do vetor estação-satélite,

$\dot{E}$  é a derivada de  $E$  em relação ao tempo e

$F_{4i}(E)$ , para qualquer das componentes, é dada por:

$$\begin{aligned} F_{4i}(E) = \cos E \left\{ 1 + \frac{4\ell_1}{h_{\text{tro}_i}} \left[ \frac{\ell_{3i}^3 - \ell_1^3}{3} + \ell_{3i} (\ell_2^2 + \frac{3r_{\text{tro}_i}^2}{2}) - \right. \right. \\ \left. - \ell_1 (\ell_2^2 - \frac{3r_e r_{\text{tro}_i}}{2} + 3r_{\text{tro}_i}^2) + \right. \\ \left. + (\frac{3r_{\text{tro}_i} \ell_2^2}{2} + r_{\text{tro}_i}^3) \ln \frac{r_e + \ell_1}{r_{\text{tro}_i} + \ell_{3i}} \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

onde:

$r_e$  = distância do centro da terra à estação

$r_{\text{tro}_i} = r_e + h_{\text{tro}_i}$  = distância do centro da terra ao topo da estratosfera (componentes seca e úmida)

$$h_{\text{tro}_i} = h_{0_i} - h_e \quad (5)$$

$h_{0_i}$  = altitude equivalente

$h_e$  = altitude da estação

$$\ell_1 = r_e \sin E \quad (6)$$

$$\ell_2 = r_e \cos E \quad (7)$$

$$\ell_{3i} = (r_{tro_i}^2 - \ell_2^2)^{1/2} \quad (8)$$

O valor de  $F_{4_i}(E)$  anula-se para  $E = 90^\circ$  e iguala-se a 1 quando  $E = 0^\circ$ .

Neste trabalho porê, nos restringeremos apenas ao efeito aplicado à distância estação-satélite e não a sua influência sobre a frequência.

Considerando-se  $T$  o menor tempo de viagem entre os pontos A e B, então a distância medida  $\rho_m$  será:

$$\rho_m = C \cdot T \quad (9)$$

onde  $C$  é a velocidade da onda eletromagnética no vácuo.

Temos também que:

$$T = \int_{\rho} dt = \int_{\rho} \frac{ds}{v} = \frac{1}{C} \cdot \int_{\rho} n d\rho \quad (10)$$

uma vez que  $n = \frac{C}{v}$

Por esta razão obtem-se;

$$\rho_m = C \cdot T = \int_{\rho} n d\rho \quad (11)$$

Uma vez que o erro causado pela refração é:

$$\Delta\rho = \rho_m - \rho_o \quad (12)$$

onde

$\rho_m$  = distância medida

$\rho_o$  = distância real

temos:

$$\Delta\rho = \int_{\rho} n d\rho - \rho_o \quad (13)$$

mas:

$$\begin{aligned} \rho_m &= \int_{\rho} n d\rho = \int_{\rho} (1+n-1) d\rho = \\ &= \int_{\rho} d\rho + \int_{\rho} (n-1) d\rho = \rho - \int_{\rho} (n-1) d\rho \end{aligned} \quad (14)$$

então:

$$\begin{aligned} \Delta\rho &= \rho + \int_{\rho} (n-1) d\rho - \rho_o = \\ &= \rho - \rho_o + \int_{\rho} (n-1) d\rho \end{aligned} \quad (15)$$

A integral se dá através da trajetória real do sinal. A quantia  $\rho - \rho_o$  é a correção correspondente à curvatura do sinal em relação à reta que une os pontos enquanto  $\int_{\rho} (n-1) d\rho$  é o atraso devido ao decréscimo da velocidade de propagação.

Assim ficamos com

$$\Delta\rho = \int_{\rho} (n-1) d\rho \quad (16)$$

como sendo a equação fundamental para o cálculo da correção a uma distância medida, devida à variação na velocidade de propagação. [15].

Esta contribuição é formada por duas parcelas, como no caso anterior, que de acordo com Hoppfield [12] são:

$$\Delta\rho_{\text{tro}} = \sum_{i=1,2} \Delta\rho_i \quad , \quad (17)$$

se  $i = 1 \longrightarrow$  componente seca,  $\Delta\rho_1$  ,

$i = 2 \longrightarrow$  componente úmida,  $\Delta\rho_2$  .

O elemento  $\Delta\rho_i$  é dado por: [20]

$$\begin{aligned} \Delta\rho_i = 10^{-6} N_{O_i} \{ & -\ell_1 + \frac{4}{h_{\text{tro}_i}} \left[ \frac{1}{3} r_e^2 \ell_1^3 - \right. \\ & - \frac{2}{15} \ell_1^5 - \frac{3}{4} r_e r_{\text{tro}_i} \ell_1 (\ell_1^2 + \frac{1}{2} \ell_2^2) + \\ & + r_{\text{tro}_i}^2 \ell_1^3 - \frac{1}{2} r_{\text{tro}_i}^3 r_e \ell_1 - \\ & - \frac{1}{3} r_{\text{tro}_i}^2 \ell_{3i}^3 + \frac{2}{15} \ell_{3i}^5 + \\ & + \frac{3}{4} r_{\text{tro}_i}^2 (\ell_{3i}^3 + \frac{1}{2} \ell_{3i} \ell_2^2) - \\ & - r_{\text{tro}_i}^2 \ell_{3i} (\ell_{3i}^2 - \frac{1}{2} r_{\text{tro}_i}^2) + \\ & \left. + \frac{1}{2} r_{\text{tro}_i} \ell_2^2 \left( \frac{3}{4} \ell_2^2 + r_{\text{tro}_i}^2 \right) \ln \frac{r_e + \ell_1}{r_{\text{tro}_i} + \ell_{3i}} \right] \} \end{aligned} \quad (18)$$

Nesta última fórmula, nos deparamos com 4 incógnitas, considerando-se as suas duas componentes. As 2 primeiras referem-se aos índices de refração  $n$ , que aparecem no elemento  $N_{0i}$ . As outras duas estão ligadas às altitudes equivalentes  $h_s$  e  $h_u$ , que correspondem às alturas a partir das quais as componentes da refração não mais exercem suas influências.

Todas estas quatro incógnitas estão ligadas entre si através de uma equação que nos proporciona o "perfil" da troposfera e estratosfera.

As fórmulas (17) e (18) permitem o cálculo do efeito para qualquer ângulo de elevação para frequências até 30 GHz [27].

### VI-3 OBTENÇÃO DE $N_i$ e $h_i$

Simultânea e independentemente, diferentes pesquisadores chegaram a um consenso quanto à necessidade de uma revisão no índice de refração de ondas eletromagnéticas, o que resultou num trabalho desenvolvido por Ernest K. Smith e Stanley Weintraub. [25].

Considerando uma atmosfera que mais se aproximasse das condições reais, chegaram à conclusão de que o índice que melhor representaria a refração seria obtido através de:

$$N = \frac{77,6}{T} \left( P + 4810 \frac{e}{T} \right) \quad (19)$$

onde:



$N = (n-1) \cdot 10^6$ , sendo  $n$  o índice de refração e  $N$  a refração

tividade

$P$  = pressão atmosférica em milibares

$e$  = pressão parcial do vapor d'água em milibares

$T$  = temperatura em graus Kelvin.

Este índice, todavia, pode ser considerado como composto pela adição de suas componentes denominadas úmida e seca.

Então:

$$N = N_s + N_u \quad (20)$$

onde:

$$N_s = 77,6 \times \frac{P}{T} \quad (21)$$

$$N_u = 77,6 \times (4810 \cdot \frac{e}{T^2}) \quad (22)$$

Precisamos, porém, não do índice isolado, mas sim de um perfil que nos permita obtê-lo para qualquer ponto determinado da atmosfera, de preferência em função de dados de superfície.

O modelo a ser empregado aqui tem a forma:

$$N = N_s + N_u ,$$

$$N_s = \frac{N_{0s}}{(h_s - h_e)^\mu} \cdot (h_s - h)^\mu , h < h_s \quad (23)$$

$$N_u = \frac{N_{0u}}{(h_u - h_e)^\mu} \cdot (h_u - h)^\mu , h < h_u \quad (24)$$

para:

$N_{0s}$  = componente seca do índice de refraticidade na superfície

$N_{0u}$  = componente úmida do índice de refraticidade na superfície.

$h_e$  = altitude da estação (m)

$h_s$  ,  $h_u$  = altitudes equivalentes (m)

$h$  = altitude do ponto no qual se deseja calcular o índice (m)

$\mu = (g/R\alpha) - 1$

$g$  = força da gravidade

$R$  = constante dos gases

$\alpha$  = gradiente de temperatura =  $-\frac{d\alpha}{dh}$

Altitude equivalente é aquela a partir de onde a componente do efeito não exerce sua influência. Para a componente úmida  $N_u$ , está em torno de 12 Km, enquanto que para a componente seca, este valor situa-se aproximadamente em torno de 44 Km. As observações ( $h < h_u$ ) e ( $h < h_s$ ) referem-se ao fato de que o ponto no qual se deseja o valor da componente deve ter altitude ( $h$ ) inferior à altitude limite de influência daquela componente ( $h_s$  ou  $h_u$ ).

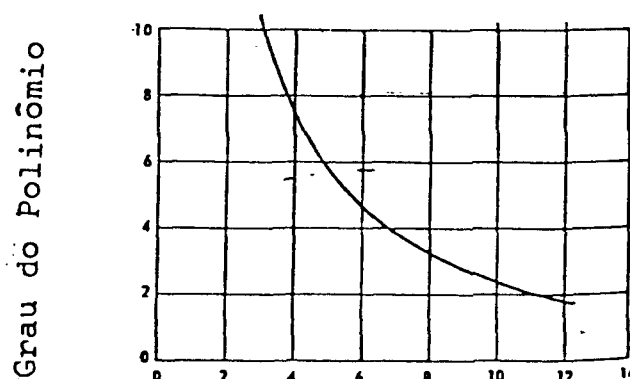
As fórmulas (23) e (24) podem ser colocadas na forma

|21|:

$$N_{(s,u)} = N_{0(s,u)} \left[ \frac{(T_{O/\alpha}(s,u))^{-h}}{(T_{O/\alpha}(s,u))} \right]^{\mu} \quad (25)$$

onde  $T_{O/\alpha}$  corresponde a altitude equivalente, que é a altitude para a qual  $T$  (Kelvin) atinge o zero se considerarmos o gradiente de temperatura como constante.

Se traçarmos um gráfico (gráfico VI-3.1) para  $\mu$ , em função do gradiente de temperatura, através de uma rápida consulta, obteremos o grau dos polinômios que participam nas fórmulas das componentes (23) e (24).



Gradiente de Temperatura

Estipulado o grau do polinômio, ainda estamos dependendo das altitudes equivalentes, pois permanecem incôgnitas.

#### VI-4 CÁLCULO DAS ALTITUDES EQUIVALENTES

Existem duas possibilidades para a obtenção das altitudes equivalentes: utilizando o modelo proposto por Hopfield [12], em função da latitude:

$$h_{(s,u)} = h_{(s,u)_{eq}} + A_{(s,u)} \sin^2(\phi_T) \quad (26)$$

Hopfield constatou a existência de protuberâncias equatoriais para estas altitudes e por esta razão desenvolveu o modelo em função do quadrado do seno da latitude para seu cálculo. O elemento  $h_{(s,u)_{eq}}$  corresponde à altitude equivalente no equador, enquanto  $A_{(s,u)}$  é a amplitude de variação da altitude com a latitude. O valor de  $A$  é negativo.

A segunda possibilidade para a obtenção dos  $h_s$  e  $h_u$  é mediante a aplicação do método dos mínimos quadrados (m.m.q.).

Partindo das equações (23) e (24), aplicadas a dados reais observados, obtêm-se pelo m.m.q. valores para  $h_s$  e  $h_u$ .

Com elementos provenientes da radiossondagem, calculamos os índices de refraticidade em vários níveis, isto é, obtemos  $N_s$  e  $N_u$  para diversos valores de  $h$ . Para este cálculo usamos

$$N_s = 77,6 \frac{P}{T}$$

$$N_u = 77,6 \times 4810 \cdot \frac{e}{T^2}$$

Teremos então, para uma observação em  $L$  níveis,  $L$  pares de componentes do índice. Se efetuarmos  $K$  observações teremos  $KL$  pares de equações que, após o ajustamento nos fornecerão  $h_s$  e  $h_u$ .

De posse das alturas equivalentes poderemos, então,

obter o perfil de  $N$ , dado pelas equações (23) e (24).

Com este perfil em mãos podemos avaliar o índice de refração em qualquer ponto da troposfera, além daqueles nos quais foram coletados os dados, partindo da refraticidade na superfície.

A integração numérica do perfil nos propicia o valor do erro na distância medida por um sinal transmitido verticalmente sobre a estação.

Em resumo, podemos afirmar então que, sob as condições anteriormente apresentadas, para se calcular o erro existente na distância quando:

- a) O sinal provém de um satélite passando pelo zênite da estação, basta-nos efetuar a integração do perfil do índice de refraticidade até as alturas equivalentes correspondentes;
- b) o sinal vem de qualquer ponto que não do zênite, utilizamos as fórmulas (17) e (18) em função das altitudes equivalentes e do ângulo de elevação; e
- c) desejamos o efeito sobre a frequência, empregamos as fórmulas (3) e (4), em função da refraticidade da superfície e do ângulo de elevação.

Neste nosso trabalho calcularemos o efeito da refração sobre a distância estação-satélite considerando um sinal proveniente de um ponto distinto do zênite em função das altitudes equivalentes e do ângulo de elevação. Devido à não homogeneidade dos dados em níveis acima de 300 mb para cálculo da componente seca bem como acima de 300 mb para a componente úmida nossos cálculos não excederão estes limites.

Para o cálculo da pressão parcial do vapor d'água, a partir das temperaturas dos bulbos seco e úmido, utilizamos as fórmulas

$$p = p_s - 0.00066 (T_s - T_u) \cdot ((1 + T_u - 273,16) / 872) \quad (27)$$

onde:

$p_s$  = pressão de saturação do vapor d'água em milibares; [30].

$T_s, T_u$  = Temperatura dos bulbos seco e úmido respectivamente, em graus Kelvin;

extraídas de [9].

Yionoulis [27], desenvolveu um algoritmo para calcularmos os efeitos da refração troposférica quando o sinal provem de um ponto qualquer, não necessariamente do zenite.

$$\begin{aligned} \Delta p = N_{T_i} \cdot 10^{-6} \{ & W^{1/2} - r_t \sin E - \\ & - \frac{0,8 \cdot h_{tro_i} \cdot r_{tro_i}}{W^{1/2}} - W^{1/2} \cdot \sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{p+6} (h_{tro_i}/W_2)^{p+2} \cdot \\ & \cdot | 2 \cdot F(p+1) \cdot | 1 + (W_2/W_1)^{p+2} | - \\ & - \sum_{n=0}^p f(n) F(p-n) (W_2/W_1)^{n+1} | \} \end{aligned} \quad (28)$$

onde

$E$  = ângulo de elevação

$$r_{tro_i} = r_t + h_{tro_i}$$

$$a = r_T \cos E$$

$r_T$  = distância do centro da Terra à estação de rastreamento

$$W_1 = r_{tro_i} + a$$

$$W_2 = r_{tro_i} - a$$

$$W = W_1 \cdot W_2$$

$$F(k) = \binom{2k}{k} \frac{1}{(k+1) \cdot 2^{2k}}$$

Este algoritmo é indicado para ângulos de elevação (E) grandes. [27]

Para pequenos ângulos Yionoulis apresenta outro algoritmo também em função dos elementos expostos acima. [27]

$$\begin{aligned}
\Delta p &= N_{T_i} \cdot 10^{-6} \{ - r_T \sin E + \\
&4 \cdot \frac{w_2^5}{h_{tro_i}^4} \cdot \left( \frac{w_1}{w_2} - 1 \right)^{1/2} \cdot \sum_{n=0}^3 (-1)^n \binom{3}{n} \cdot \\
&\cdot \left| \frac{2}{2n+3} \right| \left| 1 - \left( 1 - \frac{h_{tro_i}}{w_2} \right)^{(2n+3)/2} \right| + \\
&+ \sum_{p=0}^{\infty} (-1)^p \frac{F(p)}{(2p+2n+5)} \cdot \frac{1}{\left( \frac{w_1}{w_2} - 1 \right)^{p+1}} \cdot \\
&\cdot \left\{ \left| 1 - \left( 1 - \frac{h_{tro_i}}{w_2} \right)^{(2p+2n+5)/2} \right| \right\} \} \quad (29)
\end{aligned}$$



## CAPÍTULO VII

### CÁLCULO DAS ALTITUDES EQUIVALENTES

#### VII-1 INTRODUÇÃO

Como vimos no capítulo anterior, o cálculo das altitudes equivalentes pode ser feito mediante a comparação de valores reais com teóricos e aplicação conjunta de um método de ajustamento.

Aqui apresentamos os procedimentos aplicados para o cálculo de  $h_s$  e  $h_u$ , utilizando o método dos mínimos quadrados.

#### VII-2 CÁLCULO DAS ALTITUDES EQUIVALENTES

Como salientamos ainda a pouco na introdução deste capítulo, há a necessidade do emprego de um método de ajustamento. Assim sendo opinamos pelo método dos mínimos quadrados através de um de seus diversos modelos, ou seja, o das equações de observação.

Por esta razão temos então que [11]:

$$L_a = F(X_a)$$

onde notamos que os valores observados ajustados são função dos parâmetros ajustados.

A solução desta equação será então dada por [11]:

$$X = -(A^T P A)^{-1} \cdot A^T P L ,$$

$$X_a = X_0 + X$$

onde

$X_a$  = matriz dos parâmetros ajustados

$X_0$  = matriz dos parâmetros iniciais

$X$  = matriz das correções aos valores iniciais

$P$  = matriz dos pesos

$L = L_0 - L_b$  onde  $L_0 = F(X_0)$  e  $L_b$  são valores observados.

No caso em questão a função  $F$  corresponde à equação (30) onde consideraremos como parâmetros as altitudes equivalentes.

Durante o processo de ajustamento serão consideradas observações os elementos referentes aos índices de refração obtidos através das fórmulas (21) e (22).

## VII-3 ELEMENTOS E FORMATOS DAS MATRIZES

Considerando a equação:

$$F = N = N_s + N_u \quad (30)$$

onde:

$$N_{(s,u)} = \frac{N_{0(s,u)}}{(h_{(s,u)} - h_e)^\mu} \cdot (h_{(s,u)} - h)^\mu, \quad h < h_{(s,u)}$$

e obtendo para  $\mu$  o valor 4 em função do gradiente de temperatura (aproximadamente  $6,8^\circ\text{C.km}^{-1}$ ) obtêm-se após desenvolvimento das potências pelo binômio de Newton:

$$F = N_0 \cdot \frac{h_s^4 - 4h_s^3h + 6h_s^2h^2 - 4h_sh^3 + h^4}{h_s^4 - 4h_s^3h_e + 6h_s^2h_e^2 - 4h_sh_e^3 + h_e^4} +$$

$$+ N_0 \cdot \frac{h_u^4 - 4h_u^3h + 6h_u^2h^2 - 4h_uh^3 + h^4}{h_u^4 - 4h_u^3h_e + 6h_u^2h_e^2 - 4h_uh_e^3 + h_e^4} \quad (31)$$

Nesta equação temos:

$N_{0s}$  = componente seca do índice de refração na superfície;

$N_{0u}$  = componente úmida do índice de refração na superfície;

$h_s$  = altitude equivalente para a componente seca;

$h_u$  = altitude equivalente para a componente úmida;

$h_e$  = altitude da estação; e

$h$  = altitude do ponto onde desejamos calcular o valor do índice N.

Fazendo:

$$a = h_s^4 - 4h_s^3h + 6h_s^2h^2 - 4h_sh^3 + h^4$$

$$b = h_s^4 - 4h_s^3h_e + 6h_s^2h_e^2 - 4h_sh_e^3 + h_e^4$$

$$c = h_u^4 - 4h_u^3h + 6h_u^2h^2 - 4h_uh^3 + h^4$$

$$d = h_u^4 - 4h_u^3h_e + 6h_u^2h_e^2 - 4h_uh_e^3 + h_e^4$$

teremos para a equação (31) a forma:

$$F = N = N_{0_s} \cdot \frac{a}{b} + N_{0_u} \cdot \frac{c}{d} \quad (32)$$

a - elementos das matrizes

A matriz A é constituída por elementos obtidos das derivadas da função (32) em relação aos parâmetros ( $h_s$  e  $h_u$ ) nos quais foram empregados os de  $X_0$ , isto é, valores iniciais:

$$A = \left. \frac{\partial F}{\partial X_a} \right|_{X_0}$$

Obtemos, então, para os elementos  $a_{i,j}$ :

quando  $j=1$

$$a_{i,1} = \frac{\partial F}{\partial h_s} = N_{0_s} \cdot \left[ \frac{4h_s^3 - 12h_s^2 h + 12h_s h^2 - 4h^3}{b} - \frac{a(4h_s^3 - 12h_s^2 h_e + 12h_s h_e^2 - 4h_e^3)}{b^2} \right] \quad (33)$$

e fazendo:

$$e = 4h_s^3 - 12h_s^2 h + 12h_s h^2 - 4h^3$$

$$f = 4h_s^3 - 12h_s^2 h_e + 12h_s h_e^2 - 4h_e^3$$

teremos para (33) a forma:

$$a_{i,1} = \frac{\partial F}{\partial h_s} = N_{0_s} \cdot \left[ \frac{e}{b} - \frac{af}{b^2} \right] \quad (34)$$

quando  $j=2$

$$a_{i,2} = \frac{\partial F}{\partial h_u} = N_{0_u} \cdot \left[ \frac{4h_u^3 - 12h_u^2 h + 12h_u h^2 - 4h^3}{d} - \frac{c(4h_u^3 - 12h_u^2 h_e + 12h_u h_e^2 - 4h_e^3)}{d^2} \right]$$

onde considerando:

$$g = 4h_u^3 - 12h_u^2 h + 12h_u h^2 - 4h^3$$

$$m = 4h_u^3 - 12h_u^2 h_e + 12h_u h_e^2 - 4h_e^3$$

teremos:

$$a_{1,2} = \frac{\partial F}{\partial h_u} = N_{0_u} \cdot \left[ \frac{g}{d} - \frac{c.m}{d^2} \right] \quad (35)$$

A matriz  $X_0$  é formada por elementos que são os valores iniciais aproximados para as incógnitas  $h_s$  e  $h_u$ .

A matriz  $L_b$  tem por elementos constituintes os valores de  $N$  obtidos mediante o emprego dos dados de radiossondagem aplicados às fórmulas (21) e (22).

A matriz  $L_0$  é composta por elementos provenientes do emprego, na fórmula (32) do modelo, dos valores iniciais das incógnitas e dos valores de  $h$ ,  $h_e$ ,  $N_{0_s}$  e  $N_{0_u}$ .

A matriz  $L$  é dada por:

$$L = L_0 - L_b$$

b - Formato e configuração das matrizes

b.1 - matriz A

Para uma observação serão considerados quinze níveis ( $L=15$ ), isto é:

- para a componente seca serão incluídos dados de até 300 mb;
- para a componente úmida serão incluídos dados de até 300 mb.



b.3 - matriz  $L_0$ 

$${}_{KL}^{L_0} = \begin{bmatrix} F_1(X_0) \\ F_2(X_0) \\ F_3(X_0) \\ \vdots \\ F_{N-1}(X_0) \\ F_N(X_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} + \\ + \\ + \\ \vdots \\ + \\ + \end{bmatrix}^*$$

b.4 - matriz  $L_b$ 

$${}_{KL}^{L_b} = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \vdots \\ N_{KL} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} + \\ + \\ + \\ \vdots \\ + \end{bmatrix}^*$$

\* Esquema geral da disposição dos elementos da matriz onde "+" representa os elementos significativos.



## b.5 - matriz L

$${}_{KL}L_1 = \begin{bmatrix} L_{0,1} - L_{b,1} \\ L_{0,2} - L_{b,2} \\ L_{0,3} - L_{b,3} \\ \vdots \\ L_{KL,1} - L_{b,KL,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} + \\ + \\ + \\ \vdots \\ + \end{bmatrix}^*$$

- \* Esquema geral da disposição dos elementos da matriz onde "+" representa os elementos significativos.

## CAPÍTULO VIII

### APLICAÇÃO A DADOS REAIS

#### VIII-1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresentamos a sequência completa de cálculos para obtenção da correção à influência troposférica utilizando para efeito de exemplo apenas uma pequena amostra (quatro dias de observações) do conjunto total de dados (trinta dias com uma observação diária em 15 níveis) que foi empregado para a obtenção dos Resultados Finais apresentados no capítulo seguinte.

#### VIII-2 DADOS OBTIDOS POR RADIOSSONDAGEM

A seguir estão relacionados os dados pertencentes a uma amostra do conjunto total, dispostos em ordem de altitude. Este conjunto de dados é referente à cidade de Porto Alegre para o período de 1º a 30 de julho de 1981.

A primeira coluna contém altitudes em metros enquanto a segunda e terceira colunas respectivamente possuem as temperaturas seca e úmida em graus Kelvin.

TEMPERATURAS OBSERVADAS

$h(m)$	$T_u(^{\circ}K)$	$T_s(^{\circ}K)$
2	284.39	298.30
540	281.67	294.64
988	279.40	291.59
1.457	277.02	288.40
1.949	274.53	285.05
2.466	271.91	281.53
3.012	269.14	277.81
3.591	266.21	273.87
4.206	263.10	269.68
4.865	259.76	265.19
5.574	256.17	260.36
6.344	252.26	255.12
7.185	248.00	249.39
8.117	243.28	243.05
9.164	237.98	235.92
2	290.22	300.25
540	287.03	296.60
988	284.37	293.56
1.457	281.59	290.38
1.949	278.68	287.04
2.466	275.61	283.54
3.012	272.38	279.83
3.591	268.95	275.90
4.206	265.30	271.73
4.865	261.89	267.26
5.574	257.19	262.45
6.344	252.63	257.23
7.185	247.64	251.52
8.117	242.12	245.20
9.164	235.91	238.10

TEMPERATURAS OBSERVADAS

$h(m)$	$T_u (^{\circ}K)$	$T_s (^{\circ}K)$
2	284.13	297.91
540	281.41	294.30
988	279.15	291.30
1.457	276.78	288.15
1.949	274.29	284.85
2.466	271.68	281.39
3.012	268.92	277.72
3.591	265.99	273.84
4.206	262.88	269.71
4.865	259.55	265.29
5.574	255.96	260.54
6.344	252.07	255.37
7.185	247.82	249.73
8.117	243.11	243.48
9.164	237.82	236.45
2	284.07	297.15
540	281.32	293.47
988	279.04	290.41
1.457	276.64	287.21
1.949	274.13	283.85
2.466	271.49	280.32
3.012	268.70	276.59
3.591	265.74	272.64
4.206	262.60	268.44
4.865	259.23	263.94
5.574	255.61	259.09
6.344	251.68	253.84
7.185	247.38	248.09
8.117	242.62	241.73
9.164	237.27	234.58

## VIII-3 ÍNDICE DE REFRACTICIDADE

O passo seguinte após a posse dos dados provenientes da radiossondagem é o cálculo dos índices de refração correspondentes através do emprego das fórmulas (21) e (22). Estes dados devem ser analisados antes de qualquer cálculo pois podem estar imbuídos de imperfeições uma vez que até aproximadamente 4.000m a atmosfera apresenta-se excessivamente perturbada.

ÍNDICES CALCULADOS

$N_s$	$N_u$
263.52	56.82
250.20	48.53
239.51	42.42
228.71	36.73
217.78	31.50
206.72	26.70
195.52	22.32
184.17	18.37
172.64	14.86
160.94	11.76
149.02	09.06
136.87	06.76
124.46	04.85
111.74	03.31
98.67	02.09

$N_s$	$N_u$
261.81	81.86
248.55	68.50
237.90	60.83
227.15	49.71
216.27	41.66
205.26	34.41
194.11	27.98
182.81	22.31
171.34	17.40
159.69	13.21
147.83	09.71
135.75	06.86
123.40	04.61
110.76	02.90
97.77	01.67

$N_s$	$N_u$
263.87	55.99
250.49	47.79
239.75	41.78
228.90	36.18
217.93	31.00
206.83	26.27
195.59	21.96
184.19	18.07
172.62	14.60
160.88	11.55
148.92	08.89
136.74	06.63
124.29	04.76
111.54	03.24
98.45	02.05

$N_s$	$N_u$
264.54	56.06
251.20	47.77
240.48	41.72
229.65	36.06
218.70	30.87
207.61	26.11
196.39	21.78
185.00	17.38
173.44	14.42
161.70	11.37
151.50	08.96
137.56	06.50
125.11	04.64
112.35	03.14
99.24	01.97

#### VIII-4 MATRIZ DOS COEFICIENTES

Esta matriz será confeccionada utilizando as fórmulas (34) e (35) se o grau do polinômio empregado para o perfil da refraticidade for 4. Em caso contrário estas equações deverão ser substituídas por outras obtidas a partir das derivadas da equação (32) com o grau adequado, em função da incógnitas.

## MATRIZ A

0.000311	0.000533
0.000551	0.000885
0.000786	0.001172
0.001013	0.001395
0.001233	0.001553
0.001445	0.001647
0.001647	0.001677
0.001838	0.001645
0.002017	0.001554
0.002180	0.001408
0.002327	0.001215
0.002453	0.000984
0.002554	0.000730
0.002624	0.000472
0.000309	0.000768
0.000548	0.001275
0.000781	0.001689
0.001007	0.002010
0.001226	0.002238
0.001436	0.002372
0.001637	0.002415
0.001826	0.002369
0.002004	0.002238
0.002167	0.002029
0.002312	0.001750
0.002438	0.001418
0.002538	0.001051
0.002607	0.000680



## MATRIZ A

0.000311	0.000525
0.000552	0.000872
0.000787	0.001155
0.001015	0.001375
0.001235	0.001530
0.001447	0.001623
0.001649	0.001558
0.001840	0.001620
0.002019	0.001531
0.002183	0.001388
0.002330	0.001197
0.002456	0.000970
0.002558	0.000719
0.002627	0.000465
0.000312	0.000526
0.000553	0.000873
0.000789	0.001157
0.001017	0.001377
0.001238	0.001532
0.001451	0.001625
0.001654	0.001654
0.001845	0.001623
0.002004	0.001533
0.002189	0.001389
0.002386	0.001199
0.002463	0.000971
0.002564	0.000720
0.002634	0.000466

VIII-5 MATRIZ L

Obtida conforme as especificações do método de ajustamento empregado. Neste caso seguimos o exposto no item VII-2, páginas 51 e 52 deste trabalho.

## MATRIZ L

0.253  
0.342  
0.328  
0.207  
0.035  
-0.193  
-0.474  
-0.746  
-1.045  
-1.286  
-1.501  
-1.623  
-1.670  
-1.600

1.737  
8.025  
3.724  
4.086  
4.193  
4.015  
3.630  
3.113  
2.458  
1.761  
1.032  
4.065  
-1.267  
5.003

## MATRIZ L

0.323  
0.437  
0.452  
0.385  
0.240  
0.035  
-0.211  
-0.443  
-0.719  
-0.934  
-1.139  
-1.249  
-1.281  
-1.223

0.330  
0.428  
0.449  
0.337  
0.178  
-0.061  
0.160  
-0.626  
-0.937  
-3.195  
-1.474  
-1.629  
-1.705  
-1.682

## VIII-6 CÁLCULO DO AJUSTAMENTO

Desenvolvendo os cálculos especificados pelo método de ajustamento empregado temos:

Obs: as matrizes aqui apresentadas referem-se à aplicação do conjunto total de dados. Elas foram colocadas aqui apenas para dar continuidade a este capítulo que visa apresentar uma sequência completa de cálculos.

$$A^T P A = \begin{vmatrix} 0,000156043 & 0,000104544 \\ 0,000104544 & 0,000097414 \end{vmatrix}$$

$$A^T P L = \begin{vmatrix} -0,003780778 \\ 0,030612815 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} A^T P A \end{vmatrix}^{-1} = \begin{vmatrix} 22.806,96 & -24.476,39 \\ -24.476,39 & 36.533,51 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} A^T P A \end{vmatrix}^{-1} \cdot \begin{vmatrix} A^T P L \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -835,52 \\ 1.210,93 \end{vmatrix}$$

$$x_a = \begin{vmatrix} 41.902,65 \\ 14.300,00 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 835,52 \\ -1.210,93 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 42.738,17 \\ 13.089,07 \end{vmatrix}$$

$$h_s = 42.738,17$$

$$h_u = 13.089,07$$

## IX - RESULTADOS OBTIDOS

O emprego dos elementos teóricos até aqui apresentados, aplicados a dados reais observados em Porto Alegre, nos levaram aos seguintes resultados:

### a) Altitudes equivalentes

$$h_s = 42.738 \text{ m}$$

$$h_u = 13.089 \text{ m}$$

b) Efeito da refração troposférica calculado a partir da expansão proposta por Yionoulis, para  $p = 4$ , entre  $60^\circ$  e  $90^\circ$  de elevação:

$E^{**}$	$\Delta_{tro_s}^{***}$	$\Delta_{tro_u}^{***}$
609	2.585	0.169
61	2.560	0.168
62	2.535	0.166
63	2.513	0.163
64	2.491	0.162
65	2.470	0.160
66	2.451	0.159
67	2.432	0.158
68	2.415	0.157
69	2.398	0.156
70	2.383	0.155
71	2.368	0.154
72	2.354	0.153
73	2.341	0.152
74	2.329	0.151
75	2.318	0.150
76	2.308	0.150
77	2.298	0.149
78	2.289	0.149
79	2.281	0.148
80	2.274	0.148
81	2.267	0.148
82	2.261	0.147
83	2.256	0.147
84	2.252	0.147
85	2.248	0.147
86	2.245	0.147
87	2.242	0.147
88	2.241	0.147
89	2.240	0.147
90	2.239	0.147

\*\* Elevação em graus

\*\*\* Componentes da influência troposférica em metros.

c) Valor da influência sobre a distância, obtido pelo emprego da integral numérica proposta por Hopfield, para o sinal provenientes do zenite do observador:

$$\Delta h_{tro_s} = 2,239 \text{ m}$$

$$\Delta h_{tro_u} = 0,147 \text{ m}$$

$$\Delta h_{tro} = 2,386 \text{ m}$$

sendo

$$\Delta h_{tro} = \Delta h_{tro_s} + \Delta h_{tro_u}$$

onde

$$\Delta h_{tro_s} = 10^{-6} \left| \frac{1}{5} \cdot N_{0_s} \cdot h_s \right|$$

e

$$\Delta h_{tro_u} = 10^{-6} \left| \frac{1}{5} \cdot N_{0_u} \cdot h_s \right|$$

## CONCLUSÕES

a) O polinômio do quarto grau empregado para o cálculo do perfil do índice de refração, na região cujos dados possuímos apresentou-se deficitário, pois seu grau limitou em muito as observações úteis ao ajustamento. Devido ao fato de que o gradiente de temperatura, na época da observação, ser muito discrepante do  $6,8^{\circ}\text{C} \cdot \text{Km}^{-1}$  necessário para o grau 4 do polinômio, observamos que um grau maior ampliará consideravelmente o número de observações úteis.

b) O valor obtido para a altitude equivalente com precisão até 50 m já é suficiente para o cálculo da influência, pois um erro desta monta implica em apenas 4 ou 5 centímetros no cálculo da influência para elevações até  $30^{\circ}$  e diminui ainda mais à medida que esta aumenta.

c) O índice de refração na superfície tem ligação direta na influência. O erro de 10% no índice  $N_{0s}$  implica em quase 10% em  $\Delta\rho_{\text{tro}}$  enquanto 10% de erro em  $N_{0u}$  implica em aproximadamente 2%.

d) A altitude equivalente úmida obtida na região é um pouco menor que a estimada por Hopfield [12] enquanto a altitude equivalente seca manteve-se dentro da previsão.

e) Os dados meteorológicos disponíveis não devem ser muito discrepantes até a altura de 4.000 m, o que é comum,



pois altera as altitudes equivalentes significativamente.

f) Cuidado deve ser tomado quanto ao grau do polinômio conveniente à região, o que depende do gradiente de temperatura.

g) A integral numérica apresentada para calcular a influência quando o sinal provém do zenite, obtida a partir de valores médios da gravidade e composição do ar apresentou perfeita concordância ao valor calculado a partir do algoritmo de Yionoulis, o que assegura a possibilidade do seu emprego naquela estação no período de inverno. (Dados utilizados são deste período).

h) Uma vez que a altitude equivalente apresenta uma relativamente pequena influência sobre o efeito total, um maior cuidado deve ser dirigido aos índices superficiais  $N_{0s}$  e  $N_{0u}$  pois sua participação é bem marcante.

## APÊNDICE A

As folhas seguintes possuem a relação de dados brutos que foram utilizados na elaboração deste trabalho. Antes que fossem empregados nos cálculos propriamente ditos estes dados foram "trabalhados" de maneira a corrigir as imperfeições que lhe são característicos até a altitude de 4.000 m, pelo emprego de regressão linear.

ALTITUDE (m)	TEMPERATURA SECA (°C)	TEMPERATURA ÚMIDA (°C)
2	12.9	11.5
540	15.0	13.6
988	15.7	10.4
1.457	13.9	11.0
1.949	12.2	1.5
2.466	8.5	-1.3
3.012	4.5	-4.0
3.591	0.7	-7.0
4.206	-3.4	-10.0
4.865	-8.0	-13.2
5.574	-12.8	-17.0
6.344	-18.0	-21.0
7.185	-24.8	-27.2
8.117	-32.9	-35.0
9.164	-41.6	-41.2
2	13.9	13.3
540	22.7	12.5
988	20.0	10.3
1.457	15.7	8.2
1.949	10.6	1.2
2.466	11.4	-0.7
3.012	8.5	-1.7
3.591	4.8	-4.3
4.206	0.3	-7.4
4.865	-4.2	-11.0
5.574	-9.8	-14.8
6.344	-16.0	-19.8
7.185	-23.2	-27.3
8.117	-30.7	-32.6
9.164	-39.4	-40.7

ALTITUDE (m)	TEMPERATURA SECA (°C)	TEMPERATURA ÚMIDA (°C)
2	15.0	14.2
540	21.8	10.4
988	22.0	8.7
1.457	19.0	7.0
1.949	15.8	7.2
2.466	12.4	1.5
3.012	10.0	-0.7
3.591	6.6	-3.1
4.206	1.7	-6.4
4.865	-3.5	-10.2
5.574	-9.2	-14.4
6.344	-15.7	-19.2
7.185	-23.0	-25.3
8.117	-30.8	-32.6
9.164	-39.5	-41.0
2	18.0	15.0
540	22.5	10.8
988	25.0	9.0
1.457	21.0	13.2
1.949	16.7	5.0
2.466	14.0	2.0
3.012	10.5	-0.3
3.591	6.4	-3.1
4.206	1.9	-6.8
4.865	-3.2	-10.0
5.574	-8.3	-14.1
6.344	-14.0	-18.5
7.185	-20.5	-23.2
8.117	-25.5	-27.5
9.164	-31.0	-32.9

ALTITUDE (m)	TEMPERATURA SECA (°C)	TEMPERATURA ÚMIDA (°C)
2	17.0	16.4
540	30.0	17.0
988	25.9	15.0
1.457	21.4	12.5
1.949	17.8	9.1
2.466	15.5	4.0
3.012	13.4	1.1
3.591	9.8	-1.4
4.206	4.8	-4.7
4.865	-0.6	-8.3
5.574	-6.6	-12.6
6.344	-12.4	-17.3
7.185	-19.0	-22.2
8.117	-26.1	-28.3
9.164	-35.0	-37.0
2	16.0	15.5
540	23.4	14.2
988	21.5	9.4
1.457	17.8	7.8
1.949	13.6	5.9
2.466	11.4	2.3
3.012	6.3	2.0
3.591	2.1	-6.3
4.206	-2.3	-8.9
4.865	-5.5	-12.6
5.574	-10.1	-15.1
6.344	-16.0	-20.0
7.185	-23.0	25.5
8.117	-29.7	-31.5
9.164	-37.6	-38.5

ALTITUDE (m)	TEMPERATURA SECA (°C)	TEMPERATURA ÚMIDA (°C)
2	16.6	16.0
540	24.8	14.2
988	22.5	11.3
1.457	19.3	10.0
1.949	15.0	9.2
2.466	10.9	8.0
3.012	9.1	-0.5
3.591	5.3	-3.8
4.206	1.0	-10.5
4.865	-5.2	-17.0
5.574	-10.8	-13.4
6.344	-15.1	-16.0
7.185	-20.9	-21.5
8.117	-27.0	-28.6
9.164	-36.0	-36.3
2	17.1	16.2
540	12.9	12.0
988	11.0	10.8
1.457	9.5	9.4
1.949	7.0	7.0
2.466	3.8	3.7
3.012	0.0	0.0
3.591	-2.4	-8.2
4.206	-5.0	-11.9
4.865	-9.1	-12.6
5.574	-13.5	-17.7
6.344	-18.0	-20.9
7.185	-21.0	-25.6
8.117	-27.0	-32.3
9.164	-36.0	-38.9

ALTITUDE (m)	TEMPERATURA SECA (°C)	TEMPERATURA ÚMIDA (°C)
2	12.9	9.3
540	6.4	5.0
988	4.4	2.8
1.457	4.0	-3.6
1.949	8.0	-1.3
2.466	5.0	-3.6
3.012	1.0	-6.1
3.591	-3.0	-9.2
4.206	-7.1	-12.6
4.865	-11.9	-16.6
5.574	-17.0	-20.7
6.344	-23.6	-26.1
7.185	-30.5	-32.0
8.117	-38.5	-39.1
9.164	-41.0	-42.5
2	10.0	8.9
540	7.0	2.5
988	8.5	0.3
1.457	7.0	2.1
1.949	5.3	0.0
2.466	4.0	-3.6
3.012	0.0	-6.1
3.591	-3.8	-8.9
4.206	-8.0	-11.5
4.865	-12.9	-16.0
5.574	-18.0	-20.4
6.344	-24.0	-26.2
7.185	-31.0	-32.0
8.117	-38.3	-38.7
9.164	-39.8	-41.0

ALTITUDE (m)	TEMPERATURA SECA (°C)	TEMPERATURA ÚMIDA (°C)
2	11.1	10.7
540	14.9	11.6
988	13.2	10.5
1.457	9.0	12.4
1.949	9.7	-0.6
2.466	6.2	-2.8
3.012	2.4	-5.6
3.591	-2.0	-8.8
4.206	-7.7	-12.0
4.865	-12.0	-16.0
5.574	-16.0	-18.8
6.344	-22.0	-24.8
7.185	-29.3	-30.8
8.117	-37.0	-37.6
9.164	-40.0	-40.9
2	17.4	14.8
540	15.0	12.4
988	15.5	12.0
1.457	12.3	9.8
1.949	9.1	7.0
2.466	5.8	4.1
3.012	1.7	0.0
3.591	-0.4	-3.4
4.206	-4.5	-10.2
4.865	-9.3	-14.3
5.574	-15.1	-19.0
6.344	-21.3	-24.0
7.185	-24.2	-30.5
8.117	-32.1	-34.0
9.164	-39.5	-41.8



ALTITUDE (m)	TEMPERATURA SECA (°C)	TEMPERATURA ÚMIDA (°C)
2	16.0	14.2
540	10.2	10.0
988	10.1	6.5
1.457	8.5	4.8
1.949	6.1	2.5
2.466	3.0	-3.2
3.012	2.5	-4.9
3.591	-1.2	-7.8
4.206	-5.2	-10.8
4.865	-9.8	-14.5
5.574	-14.8	-18.8
6.344	-20.6	-23.6
7.185	-27.1	-25.8
8.117	-34.2	-36.1
9.164	-40.0	-41.0
2	11.0	10.5
540	10.5	8.4
988	8.8	6.4
1.457	4.6	2.5
1.949	2.4	0.0
2.466	2.6	-1.0
3.012	0.2	-1.7
3.591	-2.0	-5.2
4.206	-3.0	-5.8
4.865	-7.4	-10.9
5.574	-12.6	-16.0
6.344	-18.7	-20.8
7.185	-25.0	-26.8
8.117	-33.0	-34.0
9.164	-41.4	-42.0

ALTITUDE (m)	TEMPERATURA SECA (°C)	TEMPERATURA ÚMIDA (°C)
2	11.0	9.7
540	13.8	11.0
988	10.4	5.0
1.457	47.0	4.4
1.949	3.2	1.9
2.466	2.0	-1.2
3.012	-0.6	-6.0
3.591	-3.5	-9.3
4.206	-4.9	-10.7
4.865	-9.1	-14.2
5.574	-15.2	-19.5
6.344	-20.6	-23.6
7.185	-26.5	-28.8
8.117	-34.0	-36.1
9.164	-42.2	-42.9
2	12.5	11.5
540	16.7	14.0
988	12.3	7.7
1.457	29.5	4.3
1.949	27.2	0.6
2.466	4.0	-1.7
3.012	0.5	-4.0
3.591	-3.4	-7.8
4.206	-5.9	-11.0
4.865	-10.1	-14.1
5.574	-17.0	-19.0
6.344	-24.5	-25.2
7.185	-31.0	-32.0
8.117	-35.7	-38.0
9.164	-40.0	-41.5

ALTITUDE (m)	TEMPERATURA SECA (°C)	TEMPERATURA ÚMIDA (°C)
2	14.2	13.0
540	18.5	10.0
988	14.8	7.4
1.457	11.0	4.9
1.949	9.9	0.2
2.466	7.6	-1.4
3.012	4.1	-4.3
3.591	-0.3	-7.6
4.206	-5.0	-12.0
4.865	-10.1	-15.0
5.574	-15.8	-19.6
6.344	-21.5	-24.1
7.185	-27.5	-29.5
8.117	-31.6	-35.4
9.164	-41.3	-40.4
2	14.0	12.6
540	16.2	7.0
988	14.8	4.0
1.457	11.2	3.5
1.949	8.0	2.2
2.466	5.2	0.4
3.012	3.2	-2.7
3.591	1.3	-6.2
4.206	-2.1	-8.2
4.865	-6.8	-12.3
5.574	-11.9	-16.3
6.344	-16.9	-20.6
7.185	-25.0	-27.6
8.117	-33.1	-34.4
9.164	-42.5	-43.5

ALTITUDE (m)	TEMPERATURA SECA (°C)	TEMPERATURA ÚMIDA (°C)
2	11.3	11.6
540	10.5	6.0
988	10.9	5.5
1.457	6.9	3.0
1.949	4.2	0.1
2.466	5.9	-3.3
3.012	5.5	-3.8
3.591	1.5	-6.0
4.206	-2.3	-9.5
4.865	-7.0	-13.0
5.574	-12.6	-17.3
6.344	-19.2	-22.1
7.185	-26.3	-28.5
8.117	-34.0	-36.0
9.164	-40.0	-41.0
2	12.3	11.3
540	11.5	9.1
988	8.3	7.6
1.457	11.9	2.0
1.949	10.9	0.4
2.466	9.6	-0.8
3.012	7.1	-2.4
3.591	3.0	-5.5
4.206	-1.2	-8.2
4.865	-6.0	-12.3
5.574	-11.2	-16.0
6.344	-18.0	-21.3
7.185	-25.0	-27.0
8.117	-34.0	-35.0
9.164	-40.0	-41.0

ALTITUDE (m)	TEMPERATURA SECA (°C)	TEMPERATURA ÚMIDA (°C)
2	15.0	11.2
540	12.0	7.1
988	14.0	3.0
1.457	13.3	2.0
1.949	11.2	1.0
2.466	7.5	-1.8
3.012	3.8	-4.8
3.591	0.0	-7.6
4.206	-4.0	-10.3
4.865	-8.3	-13.6
5.574	-12.0	-16.6
6.344	-16.1	-22.3
7.185	-27.0	-29.0
8.117	-34.0	-36.1
9.164	-40.0	-41.2
2	14.0	12.6
540	14.0	11.0
988	15.1	5.7
1.457	16.9	3.0
1.949	10.2	0.0
2.466	7.0	-1.6
3.012	3.8	-4.9
3.591	0.3	-6.8
4.206	-3.0	-9.6
4.865	-7.6	-13.0
5.574	-13.6	-18.4
6.344	-16.0	-23.0
7.185	-27.5	-29.4
8.117	-34.0	-36.2
9.164	-40.0	-41.2

ALTITUDE (m)	TEMPERATURA SECA (°C)	TEMPERATURA ÚMIDA (°C)
2	16.0	16.0
540	19.2	15.8
988	18.1	11.8
1.457	16.8	4.9
1.949	13.8	3.6
2.466	11.6	0.8
3.012	8.8	-1.3
3.591	6.0	-3.3
4.206	0.7	-7.3
4.865	-4.9	-11.3
5.574	-10.9	-15.8
6.344	-17.0	-20.6
7.185	-23.6	-26.0
8.117	-30.5	-32.2
9.164	-37.6	-38.4
2	16.0	15.5
540	19.3	17.8
988	18.1	11.8
1.457	16.8	9.0
1.949	13.8	4.0
2.466	11.7	-1.0
3.012	8.7	-1.0
3.591	5.8	-7.2
4.206	0.7	-12.8
4.865	-4.9	-14.2
5.574	-10.9	-18.0
6.344	-17.0	-22.9
7.185	-23.7	-29.0
8.117	-30.5	-37.0
9.164	-39.8	-40.0

ALTITUDE (m)	TEMPERATURA SECA (°C)	TEMPERATURA ÚMIDA (°C)
2	16.2	14.6
540	20.5	13.5
988	19.6	10.7
1.457	16.0	8.9
1.949	13.0	3.0
2.466	9.7	-0.4
3.012	5.2	-2.8
3.591	0.8	-5.6
4.206	-4.0	-8.9
4.865	-10.2	-13.9
5.574	-16.8	-19.4
6.344	-21.2	-24.5
7.185	-28.8	-30.2
8.117	-32.6	-37.6
9.164	-40.2	-41.2
2	17.0	15.9
540	15.0	13.2
988	16.5	11.9
1.457	14.5	11.0
1.949	11.5	9.6
2.466	9.3	5.9
3.012	4.5	1.8
3.591	0.0	-1.5
4.206	-4.0	-6.8
4.865	-7.8	-13.1
5.574	-13.2	-18.0
6.344	-19.1	-22.1
7.185	-25.7	-27.8
8.117	-32.5	-34.2
9.164	-40.2	-41.6

ALTITUDE (m)	TEMPERATURA SECA (°C)	TEMPERATURA ÚMIDA (°C)
2	16.0	13.6
540	11.2	10.8
988	9.0	8.8
1.457	7.1	6.9
1.949	7.1	5.6
2.466	5.2	1.8
3.012	6.8	-1.8
3.591	1.4	-6.0
4.206	-3.0	-9.8
4.865	-8.1	-13.6
5.574	-15.8	-18.8
6.344	-20.0	-22.9
7.185	-27.2	-26.2
8.117	-35.9	-34.8
9.164	-39.6	-40.0
2	17.0	15.2
540	11.5	12.0
988	10.0	10.0
1.457	9.2	8.5
1.949	7.2	5.4
2.466	7.0	-1.5
3.012	3.2	-4.5
3.591	-0.5	-7.5
4.206	-4.5	-11.0
4.865	-8.8	-13.8
5.574	-13.6	-16.8
6.344	-20.0	-21.9
7.185	-24.5	-27.0
8.117	-30.5	-32.4
9.164	-37.5	-38.9



ALTITUDE (m)	TEMPERATURA SECA (°C)	TEMPERATURA ÚMIDA (°C)
2	18.5	18.2
540	16.0	14.0
988	19.0	10.3
1.457	17.2	3.4
1.949	14.6	6.0
2.466	11.1	2.3
3.012	7.8	-2.2
3.591	2.7	-2.6
4.206	-2.1	-8.4
4.865	-6.9	-12.0
5.574	-11.4	-16.2
6.344	-16.1	-20.4
7.185	-21.8	-24.6
8.117	-28.1	-30.0
9.164	-35.5	-36.8
2	15.5	13.0
540	10.0	9.9
988	7.2	7.0
1.457	7.5	2.2
1.949	6.7	2.8
2.466	4.8	2.1
3.012	3.0	1.8
3.591	2.0	-6.0
4.206	-2.7	-10.0
4.865	-7.6	-12.9
5.574	-12.1	-17.0
6.344	-18.8	-21.0
7.185	-22.8	-25.0
8.117	-29.5	-30.4
9.164	-37.0	-38.6

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

- 1 - ALONSO-FINN. Physics. Massashusets, Addison-Wesley Publishing Company, 1971.
- 2 - ANUNCIAÇÃO, Paulo E.M. Equação da Pressão do vapor Saturado. Curitiba, Universidade Federal do Paraná, 1978.
- 3 - ATKINS, Kenneth R. Physics. New York, John Wiley & Sons, Inc., 1970.
- 4 - BALLIF, Jae R. e DIBBLE, William E. Conceptual Physics, Matter and Motion. New York, John Wiley & Sons, Inc., 1969.
- 5 - BARBOSA, Maria Dorotheia. Pesquisa Bibliográfica e Apresentação de Trabalhos. Curitiba, Associação Bibliotecária do Paraná, 1979.
- 6 - BOLLAY, Berry and Beers. Handbook of Meteorology. New York, McGraw-Hill Book Company, 1945.
- 7 - BOROWITZ, Beiser. Essentials os Physics. Massachusets, Addison-Wesley Publishing Company, 1967.
- 8 - FINN & ALONSO. Física - um curso universitário. Vol. 1, Mecânica. São Paulo, Editora Edgard Blucher Ltda., 1972.
- 9 - FREITAS, Adir José de. Meteorologia. Belo Horizonte - MG., Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, outubro de 1971.
- 10 - GEMAEL, Camil. Introdução à Geodésia Celeste - 1ª parte: Órbita e rastreio. Curitiba, Universidade Federal do Paraná, 1975.
- 11 - GEMAEL, Camil. Aplicações do Cálculo Matricial em Geodésia - 2ª parte: Ajustamento de Observações. Curitiba, Universidade Federal do Paraná, 1976.
- 12 - HOPFIELD, H.S. Two Quartic Tropospheric refractivity profile for correcting sattelite data. Journal of Geophysycal Research, vol. 74, nº 18, p. 4487-4499, August 1969.
- 13 - HOPFIELD, H.S. Tropospheric effects on electromag netically measured range: prediction from surface weather data. Radio Science, vol.6, p. 357-

367, march, 1971.

- 14 - HOPFIELD, H.S. Tropospheric refraction effects on satellite range measurements. APL Technical Digest, p. 11-19, March-April 1972.
- 15 - JOSHI, C.S. Refraction Effects of atmosphere on Geodetic Measurements to Celestial Bodies. Report of the Departament of Geodetic Science, 192, p. 10-11, 1973.
- 16 - KORN, Granino A. Manual of Mathematics. New York, McGraw-Hill Book Company, 1967.
- 17 - MILLER, Franklin Jr. College Physics. New York, Harcour, Brace & World, Inc, 1967.
- 18 - PACITTI, Tércio. Fortram Monitor - Princípios. Rio de Janeiro, Livros Tecnicos e Científicos S.A., 1973.
- 19 - SAUCIER, Walter J. Princípios de Análises Meteorológicas. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico S.A., 1969.
- 20 - SCHAUM, Daniel. Física Geral. Tradução de Alvaro Ferreira Gomes. São Paulo, McGraw-Hill do Brasil: Brasília, INL, 1973.
- 21 - SCHAUM, Van Der Merwe. Física Geral. Traduzido por Álvaro Ferreira Gomes. São Paulo, McGraw-Hill do Brasil Ltda., MEC, Brasília, INL, 1973.
- 22 - SEARS; Francis Weston. Mechanics, Wave Motion and Heat. Massachusetts, Addison-Wesley Publishing Company, Inc, 1959.
- 23 - SEARS, Zemansky. Física- Vol. 2. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico S.A., 1973.
- 24 - SEARS, Zemansky. Física - Vol. 3. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico, 1974.
- 25 - SMITH, E.K. & WEINTRAUB, Stanley. The constant in the equation for atmospheric refractive index at radio frequencies. Proc. IRE, 41, p. 1035-1037, 1953.
- 26 - VILLELA, Swami Marcondes. Hidrologia Aplicada. São Paulo, McGraw-Hill do Brasil, 1975.
- 27 - YIONOULIS, S.M. Algorithm to Compute Tropospheric Refraction Effects on Range Measurements. Journal of Geophysics Research, 75, December, 1970, p. 7636-37.
- 28 - Hidrologia Aplicada. Curitiba, Universida

de Federal do Paraná, Diretório Acadêmico do Setor de Tecnologia, Departamento do Livro Texto (apostila), 1977

- 29 - International Meteorological Tables. Geneva, Switzerland, World Meteorological Organization, Edited by S. Letestu, 1966.
- 30 - Monthly Climatic Data of the World. Washington DC-20402-USA, Supdt of Document, Gouvernement Printing Office, 1979 a 1980.